

# **GUÍA PARA ASESORAR**

**a las personas jóvenes y adultas  
que requieren presentar  
el examen de**

**“OPERACIONES AVANZADAS”**

## NÚMEROS CON SIGNO.

Los signos de más (+) positivo o de menos (-) negativo, cuando acompañan a un número o cantidad es para indicar el sentido: positivo o negativo.

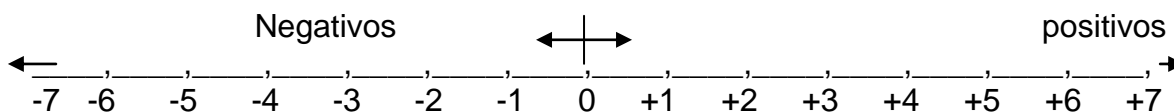
### Positivo

Ganancias  
Tenemos  
Temperaturas sobre cero  
Superávit  
Altura sobre el nivel del mar

### Negativo

Pérdidas  
Debemos  
Temperaturas bajo cero  
Déficit  
Profundidad bajo el nivel del mar

En la recta numérica los números con signo nos quedan así:



Represente con números con signo las siguientes expresiones:

Pedro obtuvo una ganancia de \$ 150 . . . . .

Tenemos una temperatura de 35°C sobre cero. . . . .

En febrero la temperatura estuvo hasta 22°C bajo cero. . . . .

## Operaciones con números con signo.

### Suma o Adición

$$\begin{array}{l} (+12) + (+8) = +20 \text{ -----} \rightarrow \text{Pos} + \text{Pos} = \text{Pos} \\ \text{Gané12} \quad \text{gané8} \end{array}$$

$$\begin{array}{l} (-15) + (-10) = -25 \text{ -----} \rightarrow \text{Neg} + \text{Neg} = \text{Neg} \\ \text{perdí15} \quad \text{perdí 10} \end{array}$$

$$\begin{array}{l} (+18) + (-8) = +10 \text{ -----} \rightarrow \text{Pos} + \text{Neg} = \\ \text{Gané18} \quad \text{perdí 8} \end{array} \left. \vphantom{\begin{array}{l} (+18) + (-8) = +10 \\ (-20) + (+14) = -6 \end{array}} \right\} \text{Depende del que tiene}$$

$$\begin{array}{l} (-20) + (+14) = -6 \text{ -----} \rightarrow \text{Neg} + \text{Pos} = \\ \text{Perdí 20} \quad \text{gané 14} \end{array} \left. \vphantom{\begin{array}{l} (+18) + (-8) = +10 \\ (-20) + (+14) = -6 \end{array}} \right\} \text{mayor valor absoluto.}$$

### Ejercicio.

$$(+18) + (+12) =$$

$$(+23) + (-13) =$$

$$(-15) + (-8) =$$

$$(-30) + (+14) =$$

### Resta o Sustracción.

Ejemplo:

$$(+9) - (-5) =$$

Minuendo sustraendo

Para encontrar el resultado de una resta o sustracción conviene convertirla

a suma.

**Al minuendo sumarle el inverso del sustraendo.**

Así:

$$\begin{array}{r} (+9) - (-5) = \\ \downarrow \quad \downarrow \\ \end{array}$$

$$(+9) + (+5) = +14$$

$$\begin{array}{r} (-12) - (+8) = \\ \downarrow \quad \downarrow \\ \end{array}$$

$$(-12) + (-8) = -20$$

$$\begin{array}{r} (+18) - (+6) = \\ \downarrow \quad \downarrow \\ \end{array}$$

$$(+18) + (-6) = +12$$

**Ejercicio.**

$$(+30) - (-12) =$$

$$(-24) - (-8) =$$

$$(-16) - (+14) =$$

$$(+20) - (-6) =$$

**Multiplicación.**

En la multiplicación los signos se manejan de la siguiente forma:

Pos X Pos = Pos	----->	$(+9) (+8) = +72$	} Signos iguales da a positivo.
Neg X Neg = Pos	----->	$(-3) (-8) = +24$	
Pos X Neg = Neg	----->	$(+7) (-6) = -42$	} Signos diferentes da negativo.
Neg X Pos = Neg	----->	$(-5) (+4) = -20$	

Formas en que se expresa la multiplicación:

$$(+8) (+3) = \text{No hay signo entre los paréntesis.}$$

$$8 \times 3 =$$

$$5m = 5 \text{ por } m$$

$$6 (9 + 7) = 6 \text{ por lo que está dentro del paréntesis.}$$

**Ejercicio:**

$$(+9) (-6) =$$

$$(-4) (+3) =$$

$$(+8) (-7) =$$

$$(-8) (-5) =$$

$$4 (9 + 6) =$$

$$6 (x - 4) =$$

**DIVISIÓN.**

En la **división** como es la operación inversa o contraria a la multiplicación los signos se utilizan en forma semejante.

Pos ÷ Pos = Pos ----->	(+20) ÷ (+5) = +4	} Signos iguales da positivo.
Neg ÷ Neg = Pos ----->	(-40) ÷ (-8) = +5	
Pos ÷ Neg = Neg ----->	(+27) ÷ (-3) = -9	} Signos diferentes da negativo
Neg ÷ Pos = Neg ----->	(-18) ÷ (+6) = -3	

**Ejercicio:**

$$(+24) \div (+3) =$$

$$(+36) \div (-9) =$$

$$(-48) \div (+8) =$$

$$(-60) \div (-4) =$$

**Formas en que se puede expresar la división:**

$$(+8) \div (+4) =$$

$$\frac{-18}{+3} =$$

$$9 \sqrt{36} =$$

**Ejercicio**

$$8 + 5 + (-7) =$$

$$(+9) (-8) =$$

$$(60) \div (-10) =$$

$$(-15) - (-8) =$$

$$(-15)^2 =$$

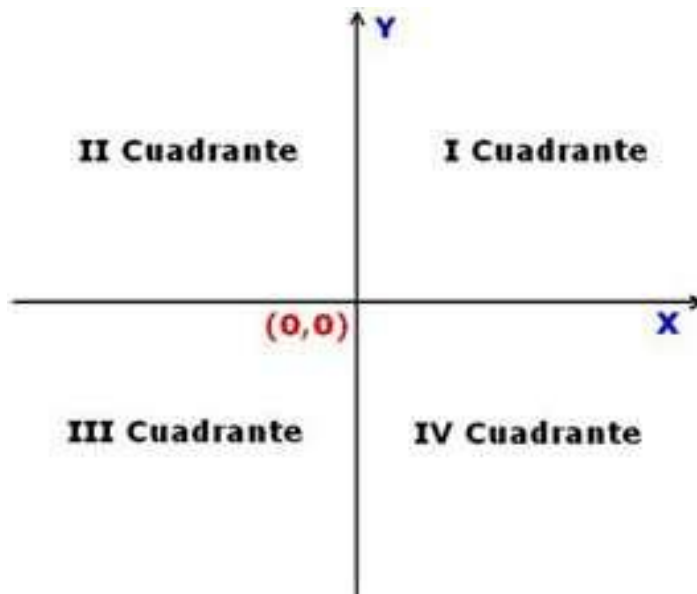
$$(+9)^2 =$$

$$\frac{+32}{-8} =$$

$$\frac{-12}{+3} =$$

## Plano cartesiano

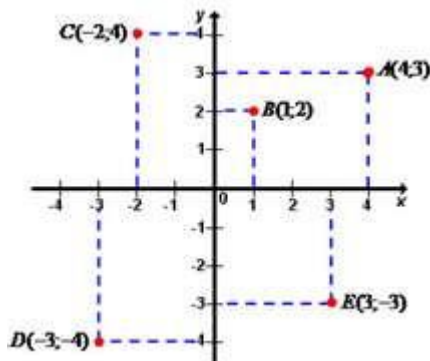
Nombre que recibe el plano que está dividido por dos ejes perpendiculares, a cada parte se le llama **cuadrante**



El eje horizontal es el eje de las x o de las abscisas  
El eje vertical es el eje de las y o de las ordenadas

En el Plano Cartesiano todos los puntos se pueden determinar por dos valores: abscisa, ordenada ( x , y ) .

Siempre el primer valor es de la x y el segundo valor es de la y



Punto A ( 4 , 3 )

Punto B ( 1 , 2 )

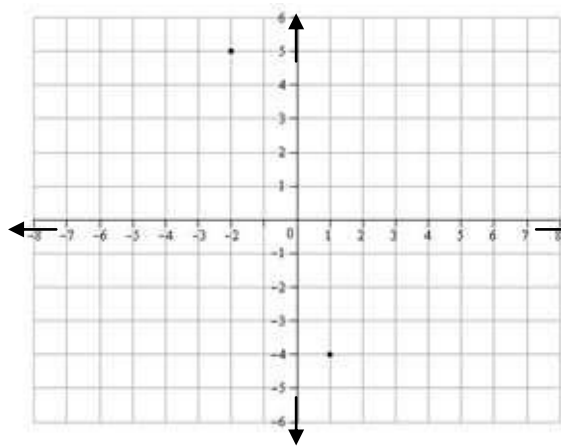
Punto C ( -2 , 4 )

Punto D ( -3 , -4 )

Punto E ( 3 , -3 )

Localice los siguientes puntos en el plano cartesiano.

Y



F ( -5 , -4 )

G ( 8 , 6 )

H ( 7 , 0 )

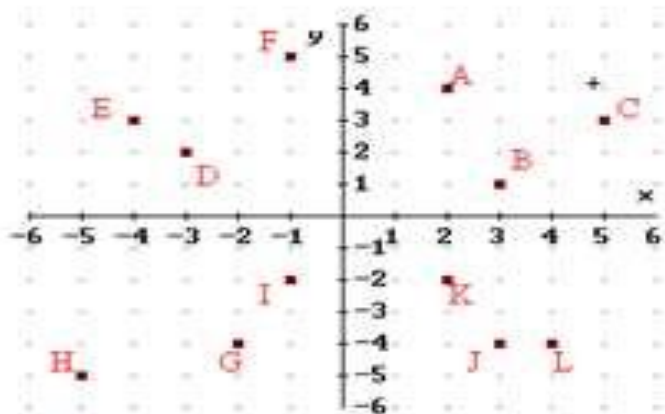
X

J ( 0 , 4 )

K ( 3 , -2 )

M ( -3 , 5 )

Determine las coordenadas de los siguientes puntos.



A (\_\_, \_\_)

B (\_\_, \_\_)

C (\_\_, \_\_)

D (\_\_, \_\_)

E (\_\_, \_\_)

F (\_\_, \_\_)

G (\_\_, \_\_)

H (\_\_, \_\_)

I (\_\_, \_\_)

J (\_\_, \_\_)

K (\_\_, \_\_)

L (\_\_, \_\_)

Determine los valores de las coordenadas de los puntos que se indican en la siguiente gráfica:

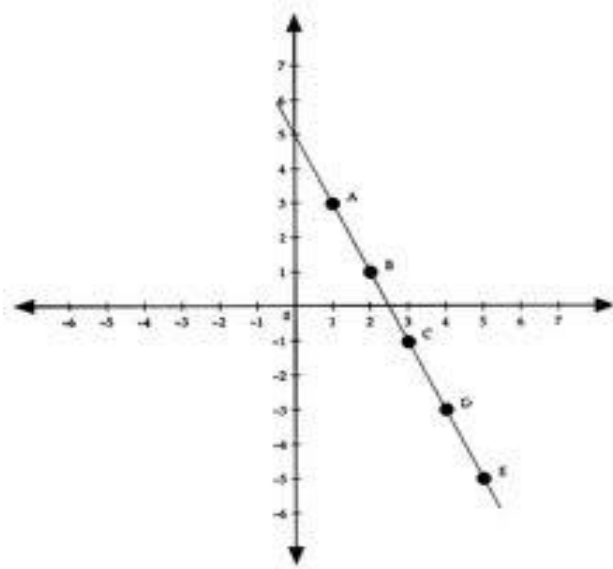
A (\_\_, \_\_)

B (\_\_, \_\_)

C (\_\_, \_\_)

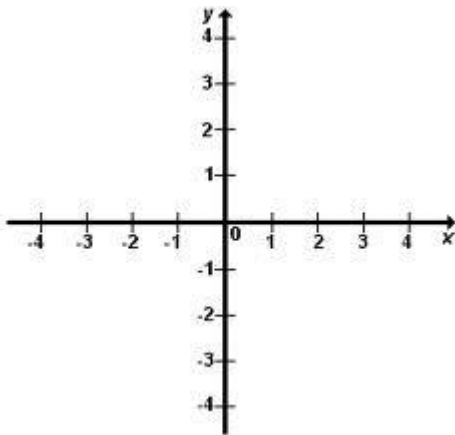
D (\_\_, \_\_)

E (\_\_, \_\_)



Encuentre los valores de Y, en la relación.

$Y = X + 1$  para  $X = 0, 1, 2, 3, 4,$  localícelos en el plano cartesiano y trace la gráfica.



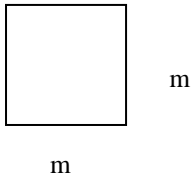
Tabulación

X	Y	PUNTO
0		A ( , )
1		B ( , )
2		C ( , )
3		D ( , )
4		E ( , )

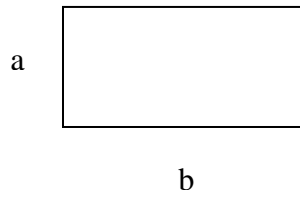
## **ALGEBRA**

Se usan letras para representar números. Ej.

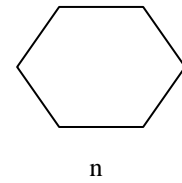
El perímetro de una figura es lo que mide alrededor, Así.



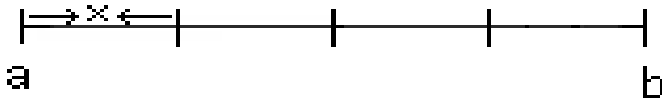
$p = m + m + m + m$   
 Perímetro =  $4m$



base. \_\_\_\_\_  
 altura. \_\_\_\_\_  
 Perímetro \_\_\_\_\_

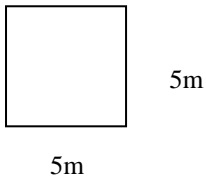


Lado. \_\_\_\_\_  
 perímetro. \_\_\_\_\_

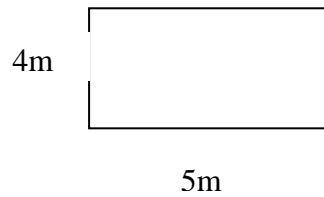


Distancia de ab \_\_\_\_\_

El área de una figura es la superficie que se encuentra dentro de su contorno., para encontrar área de figuras o polígonos regulares existen fórmulas. Ej.



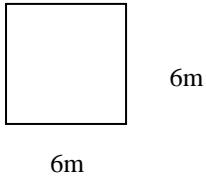
Área del cuadrado es igual a lado por lado  
 $A = L \times L$   
 $A = (5m) (5m) = 25 m^2$



Área del rectángulo es igual a base  
 Por altura  
 $A = b \times h$   
 $A = (4m) (5m) = 20 m^2$

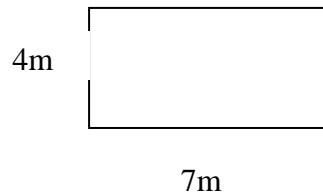
Encuentre el área de las siguientes figuras





$$A = L \times L$$

$$A =$$



$$A = b \times h$$

$$A =$$

Un número puede representarse por cualquier letra. sí:

- Un número  $\longrightarrow$  m
- El doble de un número  $\longrightarrow$  2m
- El triple de un número  $\longrightarrow$
- La mitad de un número  $\longrightarrow$
- Un número al cuadrado  $\longrightarrow$
- El cuadrado de un número menos el triple de otro  $\longrightarrow$

Expresa en lenguaje común las siguientes expresiones:

- X \_\_\_\_\_
- 2n \_\_\_\_\_
- 2y + 5 \_\_\_\_\_
- 3x - 8 \_\_\_\_\_
- y<sup>2</sup> \_\_\_\_\_
- $\frac{3x}{2}$  \_\_\_\_\_
- 2m - 3n \_\_\_\_\_

Toda expresión algebraica esta formada por términos. Uno o varios, por lo que se les llama. MONOMIOS O POLINOMIOS.

A los que tienen dos términos también se les llama BINOMIOS y a los de tres TRINOMIOS, Así.

$$5mn \dots\dots\dots 4x - 3y \dots\dots\dots$$

---

$$2a + 3b - 4c \dots\dots\dots m + n + 5x - 8 \dots\dots\dots$$

---

## TERMINOS

Un término esta formado por: Signo, coeficiente, literal (es) y exponente (s) . Así:

- 5 m<sup>3</sup> Signo: Negativo coeficiente: 5 literal: m exponente: 3

COMPLETE:

8 x<sup>2</sup> y<sup>3</sup>. Signo \_\_\_\_\_ coeficiente. \_\_\_\_\_ literal(es). \_\_\_\_\_  
exponentes. \_\_\_\_\_

m. Signo. \_\_\_\_\_ coeficiente \_\_\_\_\_ literal \_\_\_\_\_  
exponente. \_\_\_\_\_

## COEFICIENTE. Indica número de sumandos.

5 m = m + m + m + m + m      3 y<sup>2</sup> = \_\_\_\_\_

4 m n = \_\_\_\_\_

## EXPONENTE. Indica número de factores.

Ej. 5<sup>4</sup> = 5 x 5 x 5 x 5 = 6 2 5      a<sup>3</sup> = \_\_\_\_\_ y<sup>4</sup> = \_\_\_\_\_

TERMINOS SEMEJANTES.- Son los términos que tienen las mismas literales afectadas por los mismos exponentes

Ej.

3mn , 5mn , 2mn Son semejantes

4x , 3x<sup>2</sup> , -5x<sup>3</sup> No son semejantes

2x<sup>2</sup>y , -x<sup>2</sup>y , 4x<sup>2</sup>y \_\_\_\_\_

5x , 5y , 5m \_\_\_\_\_

Reducción de términos semejantes ( sumas y restas )

$$9m + 6m - 4m = 11m$$

$$8ab - 5ab + 3ab =$$

$$3x + 2y + 4x = 7x + 2y$$

$$2m - 3xy + 5m - 2xy =$$

## **ELIMINACION DE PARENTESIS**

\* Si el signo que antecede al paréntesis es positivo podemos quitar el paréntesis dejando a cada término con su signo. Ej.

$$(2n + 4m) + (45m - 7n) = 2n + 4m + 45m - 7n = -5n + 49m$$

\* Si el signo que antecede al paréntesis es negativo podemos quitarlo cambiando de signo a cada uno de los términos que están dentro de él. Ej.

$$(3m + 4n) - (9m - 7n) = 3m + 4n - 9m + 7n = -6m + 11n$$

SUME O RESTE LOS SIGUIENTES POLINOMIOS

$$(4n - 5m) + (3n - 5m) =$$

$$(9b^2 + 6x^3 - 8y^2) - (6b^2 - 9x^3 + y^2) =$$

$$-(6ab^2 - 9x^3y) + (15ab^2 + x) =$$

$$(8xy^2 - 7x^3y) - (9xy^2 + x) =$$

$$(9m^3n - 5m) + (3m - 5m^3n + n) =$$

**PARA MULTIPLICAR MONOMIOS Y POLINOMIOS DEBEMOS DE RECORDAR LA LEY DE LOS SIGNOS:**

POSITIVO X POSITIVO = POSITIVO      POSITIVO X NEGATIVO = NEGATIVO

NEGATIVO X POSITIVO = NEGATIVO      NEGATIVO X NEGATIVO = POSITIVO

**TAMBIEN RECORDAR QUE: EN LA MULTIPLICACION DE POTENCIAS DE IGUAL BASE SE SUMAN LOS EXPONENTES. EJ.**

$$m^3 \times m^2 = m^{3+2} = m^5$$

**REALICE LAS SIGS. MULTIPLICACIONES DE MONOMIOS.**

$$(2a)(4a) =$$

$$(3m^2)(-4m) =$$

$$(20x^2)(xy) =$$

$$(-8b)(-3ab^2) =$$

$$(-5m)(9a) =$$

## ECUACIONES DE PRIMER GRADO

UNA *ECUACION* ES UNA IGUALDAD EN LA QUE SE DESCONOCE UN VALOR Y EN SU LUGAR SE ESCRIBE UNA LETRA QUE SE LE LLAMA *INCÓGNITA*. RESOLVER UNA ECUACIÓN CONSISTE EN ENCONTRAR ESE VALOR.

$12 + 8 = 20$  ..... es una igualdad

$x + 8 = 20$  .....es una ecuación

Una igualdad se puede comparar con una balanza en donde sus platillos están en equilibrio. Por lo que si agregamos, quitamos o hacemos cualquier operación en un platillo o lado de la igualdad tenemos que hacerlo en el otro para que el equilibrio o igualdad no se pierda.



$$12 + 8 = 20$$

si sumamos 6 tenemos que hacerlo en los dos lados

$$12 + 8 + 6 = 20 + 6$$

Si necesitamos restar en un lado un número tenemos que hacerlo también en el otro

$$12 + 8 - 7 = 20 - 7$$

Lo mismo sucede con las otras operaciones.

En la multiplicación  $(12 + 8)3 = 20 \times 3$  en la potencia  $(12 + 8)^2 = 20^2$

En la división  $\frac{12 + 8}{5} = \frac{20}{5}$

De igual forma en el caso de la radicación, es decir en la operación de extraer raíces

Estas propiedades son las que se utilizan para resolver las **ecuaciones**, es decir para despejar **la incógnita** que puede ser la **X** u otra literal.

Ej.

$$X + 6 = 20$$

$$m - 8 = 24$$

$$5x = 30$$

$$X + 6 - 6 = 20 - 6$$

$$m - 8 + 8 = 24 + 8$$

$$\frac{5x}{5} = \frac{30}{5}$$

$$\underline{X = 14}$$

$$\underline{m = 32}$$

$$\underline{x = 6}$$

$$\frac{x}{4} = 30$$

$$4 \left( \frac{x}{4} \right) = (30)(4)$$
$$x = 120$$

$$2m + 9 = 25$$
 En esta ecuación tenemos que *eliminar al 9* y al 2 para despejar a la m

$$2m + 9 - 9 = 25 - 9$$
$$2m = 16$$
$$\frac{2m}{2} = \frac{16}{2}$$
$$m = 8$$

OBSERVE QUE para eliminar un término o un elemento de un miembro se tiene que realizar la operación contraria a la que está haciendo. En los dos miembros.

Resuelva las siguientes ecuaciones.

$$x + 8 = 14$$

$$m - 5 = 23$$

$$5x = 75$$

$$\frac{m}{3} = 12$$

$$2x + 26 = 40$$

$$3(5x - 4) = 18$$

Resuelva los siguientes problemas que dan origen a una ecuación de primer grado.

1. Miguel tiene \$120 más que su hermana María. Si juntos tienen \$600 ¿Cuánto tiene cada uno?
2. Ramón tiene ahorrado \$50 más del doble de lo que tiene su hermano Jaime. Si juntos tienen \$500 ¿Cuánto tiene cada uno?
3. El largo de un terreno es de 75m más que su ancho, su perímetro es de 470m, ¿Cuánto mide el largo y el ancho?
4. Una corbata costó el doble del precio de un pañuelo más \$30. Si por ambos artículos se pagaron \$270. ¿Cuánto costó cada uno?

## SISTEMAS DE ECUACIONES

Existen problemas que dan origen a dos ecuaciones que se les llama **sistema de ecuaciones simultáneas**, porque se resuelven al mismo tiempo.

Para resolver sistemas de ecuaciones simultáneas existen varias formas o métodos:

Método de Reducción ( sumas y restas )

En este método se suman las dos ecuaciones buscando la forma que una de las dos variables se ELIMINE, luego encontrar el valor de la otra.

Ej.  $X + Y = 20$   
 $X - Y = 8$

-----

$$\begin{array}{r} 2X \quad = 28 \\ 2X = 28 \\ X = \frac{28}{2} \\ X = 14 \end{array}$$

En una de las ecuaciones SUSTITUIR el valor encontrado

$$\begin{array}{r} X + Y = 20 \\ 14 + Y = 20 \\ Y = 20 - 14 \\ Y = 6 \end{array}$$

Observe que: para que una de las dos incógnitas se elimine deben tener signo contrario

y tener el mismo coeficiente, si no tienen estas condiciones debemos realizar operaciones para que esto suceda. Ej.

$$\begin{array}{r} 13m - 4z = -6 \\ 7m + 8z = 78 \end{array}$$

Multiplicando a la primera ecuación por 2, nos queda:

$$\begin{array}{r} 26m - 8z = -12 \\ 7m + 8z = 78 \\ \hline 33m = 66 \\ m = \frac{66}{33} \\ m = 2 \end{array}$$

Con sustituimos

$$\begin{array}{r} 7m + 8z = 78 \\ 7(2) + 8z = 78 \\ 14 + 8z = 78 \\ 8z = 78 - 14 \\ 8z = 64 \\ z = \frac{64}{8} \\ z = 8 \end{array}$$

Otro caso.

$$\begin{array}{r} 12m + 8n = 20 \\ 3m + 4n = 28 \end{array}$$

Observe que las dos variables tienen el mismo signo .entonces tenemos que multiplicar por un negativo.

Multiplicando a la segunda ecuación por -2 .tenemos:

$$\begin{array}{r} 12m + 8n = 20 \\ -6m - 8n = -56 \end{array}$$

Termine:

Resuelva los siguientes sistemas de ecuaciones, por reducción.

$$\begin{aligned} -7x + 9y &= 13 \\ -6x - 3y &= -21 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 8m + n &= 10 \\ 8m + 7n &= 22 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2x + 3y &= 9 \\ -3x - 5y &= -14 \end{aligned}$$

Otra forma de resolver sistema de ecuaciones es el método de SUSTITUCIÓN.

En una de las ecuaciones se despeja una de las incógnitas en función de la otra.

Ej.

$$\begin{aligned} x + 6y &= -3 \\ 2x + 13y &= -8 \end{aligned}$$

tomando la primera ecuación y despejando x

$$x + 6y = -3$$

$$x = -3 - 6y$$

sustituyendo este valor en la otra ecuación

$$2x + 13y = -8$$

$$2(-3 - 6y) + 13y = -8$$

$$-6 - 12y + 13y = -8$$

$$y = -8 + 6$$

$$y = -2$$

$$x = -3 - 6y,$$

$$x = -3 - 6(-2)$$

$$x = -3 + 12$$

$$x = 9$$

Resuelve los siguientes sistemas por el método de SUSTITUCION

$$\begin{aligned} x + 4y &= 110 \\ 9x + 2y &= 140 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 3x + y &= 17 \\ x + y &= 9 \end{aligned}$$

Resuelva los siguientes problemas que dan origen a un sistema de ecuaciones.

1.- Un camión transporta 40 animales .Si Leonardo contó 132 patas, ¿Cuántos guajolotes y Cuántos chivos trae?

Núm. guajolotes \_\_\_\_\_

Núm. Chivos \_\_\_\_\_

Núm. de patas de guajolotes \_\_\_\_\_

Núm. de patas de chivos \_\_\_\_\_

2.- Una carga de quesos pesa 51.6 kg. Si en total trae 27 quesos de 1.6 kg y 2.3 kg, ¿Cuántos quesos de cada peso trae?

3.- La entrada al parque de juegos cuesta \$35.00 para adulto y \$15.00 para niño. Hoy recaudaron \$4480.00 por 224 boletos vendidos. ¿Cuántos boletos para adulto vendieron y cuántos para niño?

4.- En una bodega hay 800 cuadernos. ¿Cuántos cuadernos de 100 hojas y cuantos de 50 hay si en total hay 77500 hojas?

5.- Dentro de tres años, Ernestina menciona que tendrá el doble de edad de su hermano Javier. Ella recuerda que hace dos años, la suma de sus edades era de 20 años. ¿Cuáles son las edades actuales de Ernestina y Javier?

Considere que:

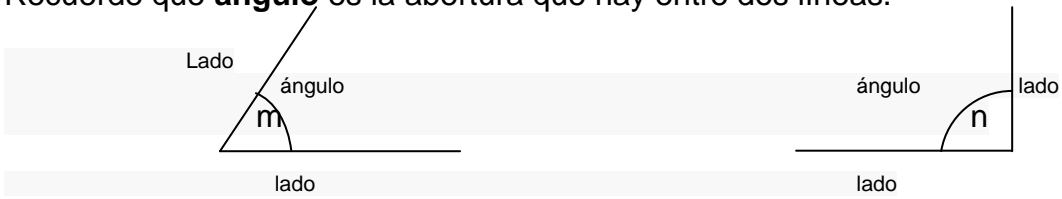
Edad actual de Ernestina X

Edad actual de Javier: Y

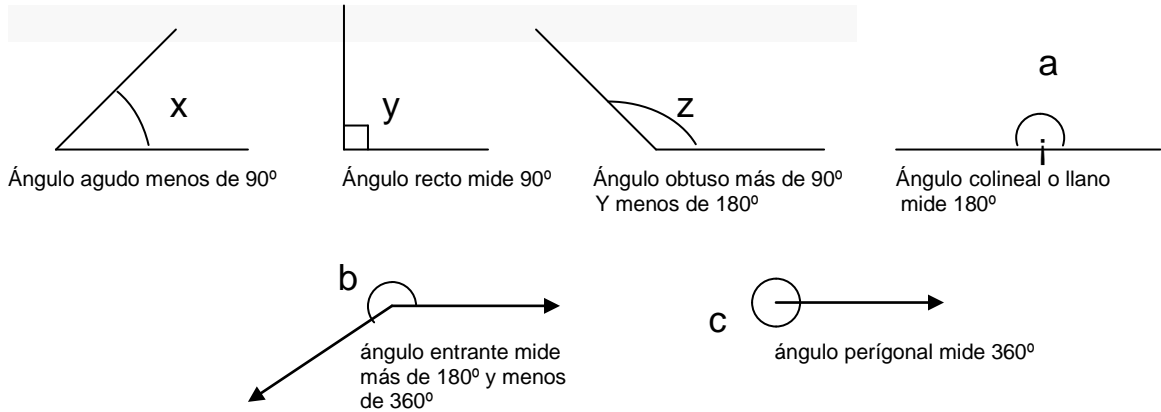


## TEOREMA DE PITÁGORAS.

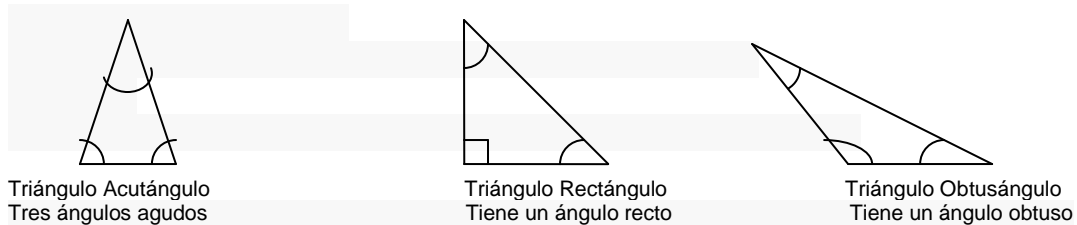
Recuerde que **ángulo** es la abertura que hay entre dos líneas.



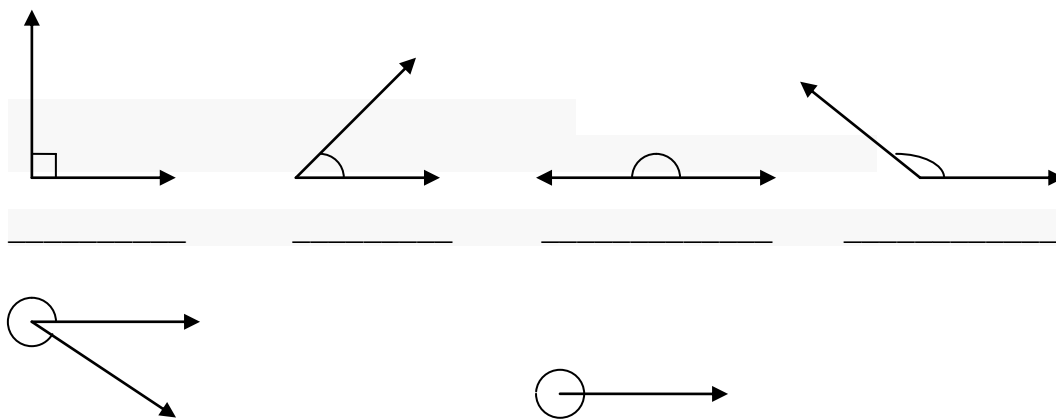
Los ángulos se clasifican por su amplitud en:



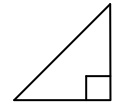
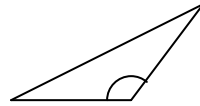
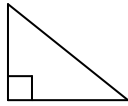
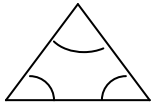
**Triángulo** es un polígono de tres lados y tres ángulos  
 Los triángulos se clasifican según sus ángulos en:



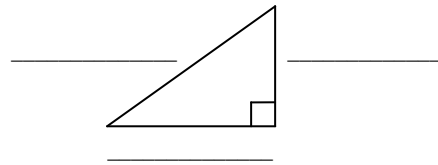
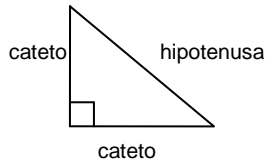
Escriba el nombre que reciben los siguientes ángulos, según su amplitud.



Escriba el nombre que recibe cada uno de los triángulos, según sus ángulos.

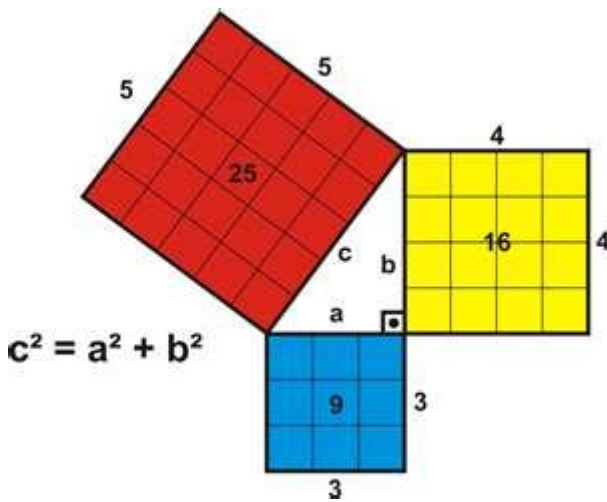


En un **triángulo rectángulo** los lados que forman el ángulo recto se llaman **catetos** y el lado que está enfrente del ángulo recto se llama **hipotenusa**.

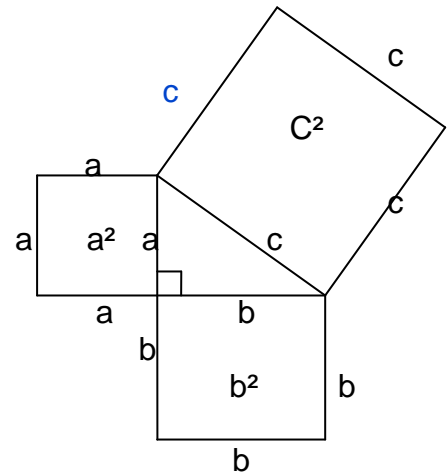


**Teorema de Pitágoras.**

En un triángulo rectángulo el área del cuadrado de la hipotenusa es igual a la suma de las áreas de los cuadrados de los catetos.

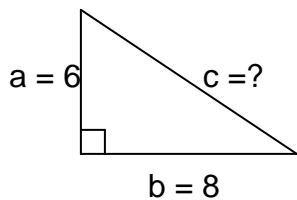


$$25 = 9 + 16$$



$$c^2 = a^2 + b^2$$

Conociendo y entendiendo la fórmula  $c^2 = a^2 + b^2$  que representa el teorema de Pitágoras, podemos encontrar cualquiera de los lados de un triángulo rectángulo conociendo los otros dos lados. Ej.



$$c^2 = a^2 + b^2$$

sustituyendo

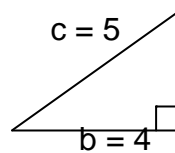
$$c^2 = 6^2 + 8^2$$

$$c^2 = 36 + 64$$

$$c^2 = 100$$

$$c = \sqrt{100}$$

$$c = 10$$



$$c^2 = a^2 + b^2$$

Despejando  $a^2$

$$a^2 = c^2 - b^2$$

Sustituyendo

$$a^2 = 5^2 - 4^2$$

$$a^2 = 25 - 16$$

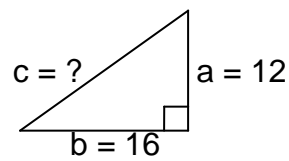
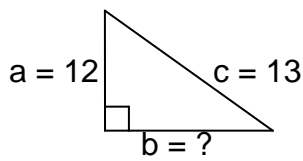
$$a^2 = 9$$

$$a = \sqrt{9}$$

$$a = 3$$

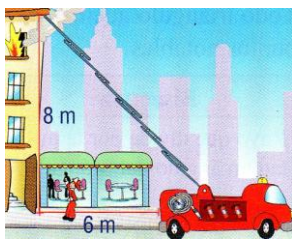
Para encontrar el cateto **b** se procede de la misma forma, se despeja **b<sup>2</sup>** quedando  $b^2 = c^2 - a^2$

Encuentre el valor del lado que falta.



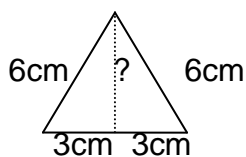
Existen muchos problemas que se pueden representar con un triángulo rectángulo, por lo que se resuelven utilizando **el teorema de Pitágoras**. Ej.

1.- Encuentre la longitud de la escalera del siguiente dibujo  
Teorema de Pitágoras



$$c^2 = a^2 + b^2$$

2.- Calcula la altura de un triángulo equilátero que mide de lado  $6\text{ cm}$ .



3.- Calcule la medida de la diagonal de un rectángulo cuyo ancho es de  $4\text{ cm}$  y su largo de  $6\text{ cm}$ .

