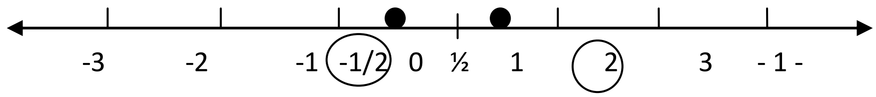
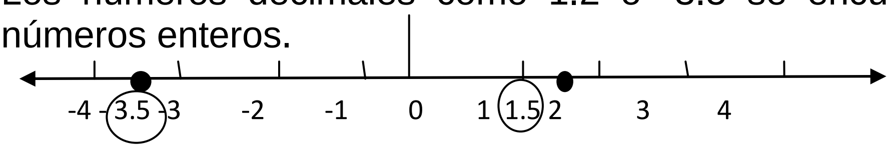
<u>UNIDAD I:</u> NUMEROS CON SIGNO

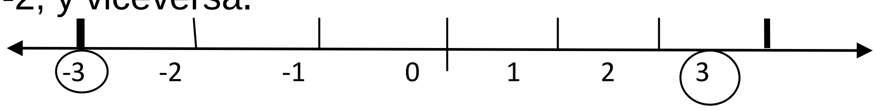
Los números positivos y negativos son llamados números con signo.
Los números con signo pueden ser representados en la recta numérica de la forma siguiente:



El cero marca la división entre los números negativos y positivos. A la izquierda del cero se representan los negativos y a la derecha del cero, los positivos.
El cero no es positivo ni negativo.
Los números decimales como 1.2 ó -3.5 se encuentran entre dos números enteros.

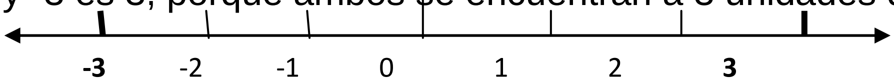


Los números que tienen signo positivo se leen anteponiendo la palabra "más". Por ejemplo, +25 se lee más veinticinco.
Los números que tienen signo negativo se leen anteponiendo la palabra "menos". Por ejemplo, -7 se leen menos7.
Cada número sobre la recta numérica tiene un **simétrico,** y es aquel que se encuentra a la misma distancia del cero que el número inicial, pero en sentido opuesto. Por ejemplo, al +2 le corresponde el número -2, y viceversa.



Cada punto de la recta numérica representa un número.
Si hay dos puntos a y b en la recta numérica, pueden suceder tres cosas:
Si a sobreponer a b, entonces a=b.
Si a esta a la derecha de b, entonces a > b.
Si a esta a la izquierda de b, entonces a < b.

El **valor absoluto** de un número es la distancia de dicho número con respecto al origen, es decir al cero. Por ejemplo, el valor absoluto de 3 y -3 es 3, porque ambos se encuentran a 3 unidades del origen.



Para **sumar dos números con el mismo signo**, se suman ambos números y se deja el mismo signo.

Ejemplo.

$$(+9) + (+7) = +16$$
$$(-9) + (-7) = -16$$

Para **sumar dos números con signo diferente**, se resta el número de menor valor absoluto al de mayor valor absoluto y se deja el signo del número de mayor valor absoluto.

Ejemplo.

$$(-5) + (+12) = +7$$

Para **sumar dos números de igual signo**, se suman y queda el mismo signo.

Ejemplo.

$$(-39) + (-10) = -49$$

Para **sumar dos números de diferente signo**, se resta el número de menor valor absoluto al de mayor número absoluto y queda el signo del número de mayor valor absoluto.

Ejemplo.

$$(-45) + (+25) = -20$$

Para **restar números con signo**, se cambia el signo del sustraendo (en forma mental o escrita y se procede como la suma.

Ejemplo.

Para restar:			
Minuendo	- 19	si se cambia	- 19
	-		+
Sustraendo	- 7		+ 7
Resta o diferencia	- 12		- 12

Para **multiplicar dos números que tienen el mismo signo**, se multiplican ambos números y queda signo positivo.

Ejemplo.

$$(+6) \times (+8) = +48$$
$$(-9) \times (-7) = +63$$

Para **multiplicar dos números que tienen signo diferente**, se multiplican ambos números y queda signo negativo.
Ejemplos.

$$(-5) \times (+12) = -60$$
$$(+16) \times (-15) = -240$$

Multiplicación

- El producto de dos factores con el mismo signo es positivo:

$$(+) \times (+) = +$$
$$(-) \times (-) = +$$

Ejemplos.

$$(+5) \times (+9) = +45$$
$$(-5) \times (-9) = +45$$

- El producto de dos factores con signo diferente es negativo:

$$(+) \times (-) = -$$
$$(-) \times (+) = -$$

Ejemplos.

$$(+5) \times (-9) = -45$$
$$(-5) \times (+9) = -45$$

División

- El cociente de dos números con el mismo signo es positivo:

$$(+) \div (+) = +$$
$$(-) \div (-) = +$$

Ejemplos.

$$(+45) \div (+9) = +5$$
$$(-45) \div (-9) = +5$$

El cociente de dos números con signo diferente es negativo:

$$(+) \div (-) = -$$
$$(-) \div (+) = -$$

Ejemplos.

$$(+45) \div (-9) = -5$$
$$(-45) \div (+9) = -5$$

<u>UNIDAD II</u> APLICACIÓN DE LOS NUMEROS CON SIGNO

Al eje ***x*** se le llama eje de las abscisas.
Al eje **y** se llama eje de las ordenadas.
En las coordenadas de un punto siempre va primero la abscisa y después la ordenada.
Ejemplo.

En el punto (9, -5), la abscisa es 9 y la ordenada -5.

Cuando los factores de una multiplicación son iguales, se puede escribir como potencia.
En una potencia, la base indica el factor y el exponente indica cuantas veces se toma al número como factor.
Ejemplo.

$6 \times 6 \times 6 \times 6 \times 6 = 6^5$

6^5 se lee como “seis elevado al exponente cinco”

Todo número elevado al exponente cero es igual a 1.
Ejemplo.

$5^0 = 1$

La multiplicación se puede expresar con un **.** (punto) o usando paréntesis.
Ejemplo.

$5 \times 5 \times 5 = 5 . 5 . 5 = (5)(5)(5) = 125$

Una de las ventajas es que en el álgebra el signo X no se va a confundir con la letra ***x***.

El signo elevado al exponente cero es igual a 1.
Ejemplo.

$5^4 = 625$
$5^3 = 125$ observe que cada vez que se disminuye un exponente
$5^2 = 25$ en una unidad, la potencia se divide entre 5.
$5^1 = 5$ de acuerdo con esto, al pasar del exponente 1 al 0 hay
$5^0 = 1$ que dividir 5 entre 5 y da como resultado 1.

En el álgebra también usan letras para representar cantidades.
Ejemplos.

$a . a = a^2$

$a \,.\, a.\, a = a^3$

$a \,.\, a.\, a \,.\, a \,.\, a \,.\, a \,.\, a \,.\, a = a^8$

También el exponente se puede representar con una letra:

$a \,.\, a \,.\, \dots \,.\, a = a^n$

Lo cual indica que el factor esta elevado ***n*** veces.

La potencia es el resultado que se obtiene después de usar el factor tantas veces como lo indica el exponente.

Ejemplo.

$$3^9 = 3 \,.\, 3 \,.\, 3 \,.\, 3 \,.\, 3 \,.\, 3 \,.\, 3 \,.\, 3 \,.\, 3 = 19683$$

Exponente

$3^9 = 19683$

Base Potencia

Exponente

$a^n = \underbrace{a \,.\, a \,.\, a \dots a}_{n \text{ factor}}$

Base

Cuando la base es negativa se procede de la misma forma:

Ejemplo.

$(-8)^2 = (-8) \times (-8) = +\,64$ porque $(-) \times (-) = +$

$(-5)^3 = (-5) \times (-5) \times (-5) = -125$

Porque $(-) \times (-) \times (-) = -$

Al resolver una expresión aritmética que incluye varias operaciones, es necesario seguir el siguiente orden.

Primero: Resolver las potencias.

Segundo: Las operaciones que están dentro del paréntesis (si los hay).

Tercero: Las multiplicaciones y las divisiones.

Cuarto: Las sumas y las restas.

Ejemplo.

	$6 \times (7^3 + 8) - (2^4 - 12) + 125 \div 5 =$
Potencias	$6 \times (343 + 8) - (16 - 12) + 125 \div 5 =$
Paréntesis	$6 \times 351 - 4 + 125 \div 5 =$

Multiplicaciones
Y divisiones: 2106 – 4 + 25 =
Sumas y restas: 2127
El resultado es 2127

La notación científica se basa en los principios del sistema de numeración decimal.
Por ejemplo, el número **28948** se puede escribir como:

20000 + 8000 + 900 + 40 + 8

También como: $2 \times 10^4 + 8 \times 10^3 + 9 \times 10^2 + 4 \times 10^1 + 8 \times 10^0$

Así el número **30000000** es 3×10^7

De igual manera, **0.54** puede escribirse como:

$$\frac{5}{10} + \frac{4}{100}$$

También como $5 \times 10^{-1} + 4 \times 10^{-2}$

Para escribir un número grande en notación científica, se escribe la primera cifra del número, el punto y después las cifras significativas (diferentes de cero) que quieran ponerse; finalmente, se indica la multiplicación por 10 de dicho número y el exponente es igual al número de cifras del número inicial menos 1.
Ejemplos.

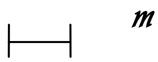
$$7860000 = 7.86 \times 10^6$$
$$990000000 = 9.9 \times 10^8$$

Para escribir un numero pequeño en notación científica, se escribe la primera cifra significativa (diferente de cero) del numero, el punto y después las cifras significativas (diferentes de cero) que quieran ponerse; finalmente, se indica la multiplicación por 10 de dicho numero y el exponente es igual al número de ceros que hay entre el punto del número inicial y la primera cifra significativa mas 1 y lleva signo negativo.
Ejemplos.

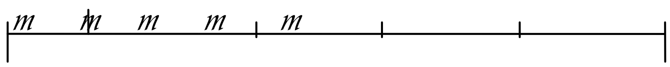
$$0.000045 = 4.5 \times 10^{-5}$$
$$0.009412 = 9.412 \times 10^{-3}$$

<u>UNIDAD III</u> EXPRESIONES ALGEBRAICAS

En álgebra se usan letras para representar cantidades y se llaman literales.
Ejemplo.



En este caso, la literal es m y representa la medida del segmento.
Su ejemplo es parecido al de los números en aritmética.
Ejemplo.



Cada segmento pequeño mide m, la medida del segmento AB es=

$$m + m + m + m + m = 5m$$

Lo anterior es porque la multiplicación por un número y una literal o entre dos literales, queda expresada cuando se escriben juntos.

5m expresa una multiplicación de 5 por m.

Expresiones como $4l$; $2b + 2a$; $3/5\ m$; $5b^2$ se conocen como **expresiones algebraicas.**
Las expresiones algebraicas están formadas por un coeficiente, una literal o literales (letras) que están elevadas a algún exponente y signos de operaciones.

Coeficiente: El numero que multiplica una literal.
Ejemplo.

5 es el coeficiente de la expresión $5m$

Cuando dos expresiones algebraicas tienen la misma literal o literales y están elevadas al mismo exponente, se dice que son **términos semejantes**.
Ejemplo.

$5m$ es semejante a $3m$

Dos **términos semejantes** se pueden simplificar.
Ejemplo.

$$5m + 3m = 8m$$

$$-9 + 7b = -2b$$

Cuando dos expresiones algebraicas tienen diferentes literal/es o diferente exponente, se dice que **no** son términos semejantes.
Por ejemplo: $7n$ no es semejante a $9t$

Cuando dos términos son semejantes no se simplifican.
Ejemplos.

$$7n + 9t$$

$$5n + 6t - 2n + 8n = 11n + 6t$$

Para calcular el valor numérico de una expresión algebraica, se dan valores particulares a las literales y se opera con ellos.
Ejemplos.

Si $m = 3$ y $l = 9$

$12m + 8l = 12\ (3) + 8\ (9) = 108$

Si $f = 2$ y $b = 6$

$4f^4 + 3f - 5b = 4\ (2^4) + 3\ (2) - 5\ (6) = 40$

Una sucesión es un conjunto de números donde uno es designado como el primero; otro como el segundo y así sucesivamente. Cada número de la sucesión es un término.
La sucesión puede ser creciente, cuando van en aumento.
Ejemplo.

9, 18, 27, 36, …

Son decrecientes cuando van disminuyendo.
Ejemplo.

99, 88, 77, 66, 55, …

Cuando hay una cantidad que cambia de valor cuando cambia el valor de otra, se dice que una depende de la otra.
Ejemplo

La cantidad de kilómetros que recorre un automóvil depende de la
cantidad de gasolina.

Litros (l)	0	1	2	3	4	5	6
Kilómetros (d)	0	6	12	18	24	30	36

Entonces se dice que la **variable independiente** es l y la **variable dependiente** es d:

$$d = 6l$$

Los números que no cambian se llaman constantes, en este caso, es el 6.

UNIDAD IV ECUACIONES DE PRIMER GRADO

Una **igualdad** indica que dos expresiones representan un mismo número.
Ejemplos.

$4 = 4$ $16 = 2\,(8)$ $6x + 4 = 28$ $p = 3l$

Una formula es una igualdad que indica una afirmación generalizada.
Ejemplo.

$p = 3l$

Es el perímetro de cualquier triangulo equilátero.

Una **ecuación** es una igualdad entre dos expresiones algebraicas, en las cuales las literales representan una **incógnita**.
Ejemplo.

¿Qué numero al ser multiplicado por 8 da 40?
Se pueden representar en la ecuación siguiente:

$8x = 40$

Donde x es la incógnita.

Solución es el valor que al sustituirlo en la ecuación por la incógnita permite llegar a una identidad.
Ejemplo.

$$8\,(5) = 40$$
$$40 = 40$$

Miembros de la ecuación. Una ecuación está formada por el signo = y dos miembros, el primer miembro se encuentra se encuentra a la izquierda del signo = y el segundo, a la derecha.
Ejemplo.

$$8x = 40$$

Primer miembro   Segundo miembro

Una **ecuación de primer grado** se caracteriza porque la literales o incógnitas están elevadas al exponente uno.

Ejemplos.

$$8x = 40$$

$$7y + 6z = 79$$

En estos casos x, y y z están elevados al exponente **1**, pero no se acostumbra a escribir x^1.

Propiedades de la igualdad

El sumar un mismo número a ambos miembros de la igualdad no la altera. Es decir el resultado es el mismo en ambos miembros.
Ejemplo.

$$7 + 8 = 10 + 5$$

Al sumar 12: $7+ 8 + 12 + = 10 + 5 + 12$

$$27 = 27$$

El restar un mismo número a ambos miembros de la igualdad no la altera. Es decir, el resultado es el mismo en ambos miembros.
Ejemplo.

$$30 + 15 = 40 + 5$$

Al restar 23: $30 + 15 -23 = 40 + 5 -23$

$$22 = 22$$

Al multiplicar ambos miembros de la igualdad por un mismo número (diferente de cero), se obtiene igual resultado en ambos miembros.
Ejemplo.

$$4 + 3 = 2 + 5$$

Al multiplicar por 15: $15(4 + 3) = 15(2 + 5)$

$$105 = 105$$

Al dividir ambos miembros de la igualdad entre un mismo número (diferente de cero), se obtiene igual resultado en ambos miembros.
Ejemplo.

$$15 + 12 = 13 + 14$$

Al dividir entre 3: $\frac{15 + 12}{3} = \frac{13 + 14}{3}$

$$9 = 9$$

Ahora tiene que despejar la incógnita, es decir, dejar sola a la incógnita en un lado de la ecuación. Recuerde que para conservar la igualdad, si usted aumenta o disminuye algo de un lado, lo tiene que hacer del otro.

Para plantear una ecuación que dé respuesta a un problema, es necesario:

A. Leer con detenimiento el problema
B. Analizar cómo están relacionados los datos del problema. Si es necesario, hacer un dibujo de los elementos del problema.
C. Encontrar cual es la pregunta que se quiere responder y elegir una letra que represente la cantidad desconocida o incógnita.
D. Plantear la ecuación que representa la situación.
E. Asegurase que la ecuación representa las relaciones que indica el problema y que los miembros de la ecuación son equivalentes.
F. Resolver la ecuación.
G. Verificar que la respuesta obtenida cumple las condiciones del problema.

Para resolver una ecuación de la forma $x + a = b$, donde x es la incógnita, se resta a en ambos lados de la ecuación:

$$x + a = b$$

$$x + a - a = b - a$$

Como $a - a = 0$

$$x = b - a$$

Ejemplo.

$$x + 65 = 135$$

$$x + 65 - 65 = 135 - 65$$
$$x = 135 - 65$$
$$x = 70$$

Para resolver una ecuación de la forma $a - x = b$, donde x es la incógnita, se resta a en ambos lados de la ecuación:

$$a - x = b$$
$$a - a - x = b - a$$

Como $a - a = 0$

$$-x = b - a$$

Para que el valor de x quede positivo, se multiplica ambos miembros de la ecuación por (-1):

$$x = -b + a$$

Ejemplo.

$$45 - x = 8$$
$$45 - 45 - x = 8 - 45$$
$$-x = 8 - 45$$
$$-x = -37$$
$$+x = 37$$

Para multiplicar una fracción por número entero, se escribe el número entero como fracción y se multiplica numerador por numerador y denominador por denominador:

$$\frac{2}{7} \text{ X } 5 = \frac{2}{7} \text{ X } \frac{5}{1} = \frac{10}{7}$$

Se sigue el mismo procedimiento cuando se usan incógnitas:

$$\left(\ \right)\left(\frac{2}{7}\right)\left(x\right)\left(=\right) \frac{2}{7}\ \frac{x}{1} = \frac{2x}{7}$$

Todo número diferente de cero divido entre sí mismo es igual a uno, así:

$$\frac{4}{4} = 1 \text{ por lo que } \frac{4x}{4} = 1x$$

Todo número diferente de cero multiplicado por uno es igual a si mismo:

$$1x = x$$

Para resolver ecuaciones de la forma

$$ax = b$$

Basta con despejar ax lo cual se logra al dividir ambos miembros de la ecuación entre a.

$$ax = b$$

$$\frac{ax}{a} = \frac{b}{a}$$

$$x = \frac{b}{a}$$

Ejemplo.

$$5x = 950$$

$$\frac{5x}{5} = \frac{950}{5}$$

$$x = \frac{950}{5}$$

$$x = 190$$

Para resolver ecuaciones de la forma

$$\frac{x}{a} = b$$

Basta con despejar x lo cual se logra al multiplicar ambos miembros de la ecuación por a.

$$\frac{x}{a} = b$$

$$\left(\frac{x}{a}\right) a = (b)a$$

$$x = (b)a$$

Ejemplo.

$$\left(\frac{x}{16}\right) = 9$$

$$\frac{x}{16}\ 16 = (9)\ 16$$

$$x = (9)\ (16)$$

$$x = 144$$

- Para convertir 15 °C a °F:

$$F = \frac{9}{5}\,°C + 32$$

$$°F = \frac{9}{5} \text{ X } 15 + 32$$

$$= \frac{135}{5} + 32$$

$$= 27 + 32$$

59 °F

* Para convertir 120 °F a °C

$$C = \frac{5}{9}\,(°F - 32)$$

$$°C = \frac{5}{9} \text{ X } (120 - 32)$$

$$= \frac{5}{9} \text{ X } 88$$

$$= \frac{440}{9}$$

48.8 °C

<u>UNIDAD V</u> RELACIONES EN PLANO CARTESIANO

Cuando una ecuación tiene dos literales que representan números desconocidos y puede ser resuelta por varios pares de números que corresponden a los valores de las literales, se dice que dichas literales son **variables**.

Por ejemplo, en la ecuación: y = 2x
La x puede tomar muchísimos valores, por ejemplo, si x vale **1**, y vale **2**; pero si x vale **2**, y vale **4**; y x vale **50**, y vale **100**. Por lo que x y y son variables.

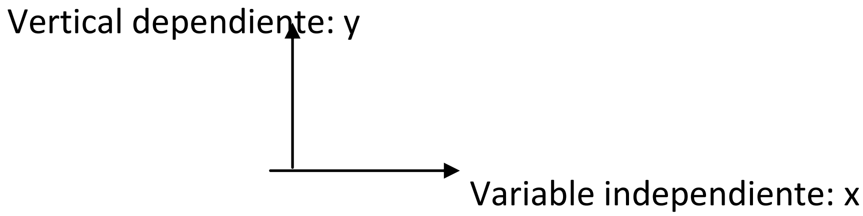
El valor de y en la ecuación depende del valor que se le asigne a x, por lo que x es la variable independiente y y la variable dependiente.

Usted podrá encontrar diferentes ecuaciones que relacionan dos variables, por ejemplo:

$$P = 4l$$

Donde *P* representa el perímetro de un cuadrado y l la medida del lado.

También encontrara que generalmente se utiliza x para representa la variable independiente y y para la variable dependiente, por lo que en la grafica los valores de la variable independiente corresponden a las abscisas o eje horizontal y los valores de la variable dependiente corresponden a las ordenadas o eje vertical.



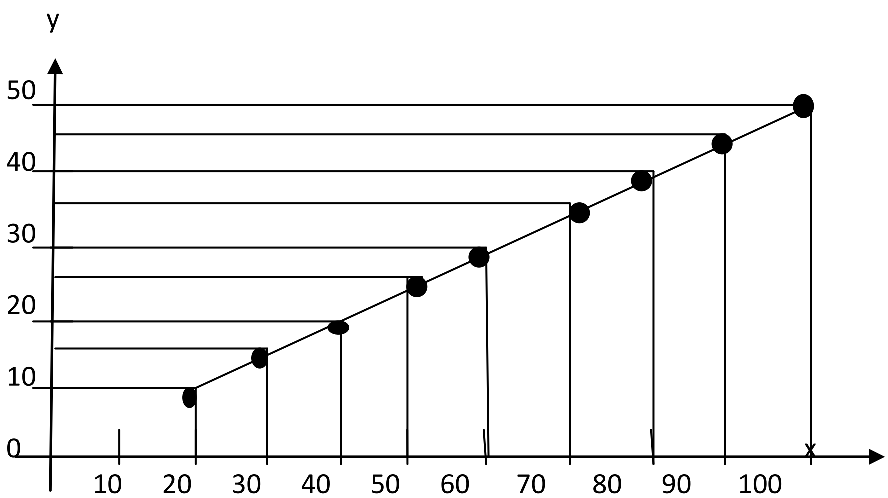
Para resolver una ecuación con dos variables, hay que asignar valores a la variable independiente y calcular los valores correspondientes de la variable dependiente.

Por ejemplo, en la ecuación:

$$y = \frac{x}{2}$$

Se puede asignar varios valores a x para calcular los de y, y con ellos graficar.

x	20	30	40	50	60	70	80	90	100	110
y	10	15	20	25	30	35	40	45	50	55



Las tablas y las graficas permiten encontrar regularidades en los datos y comparar con otros datos.

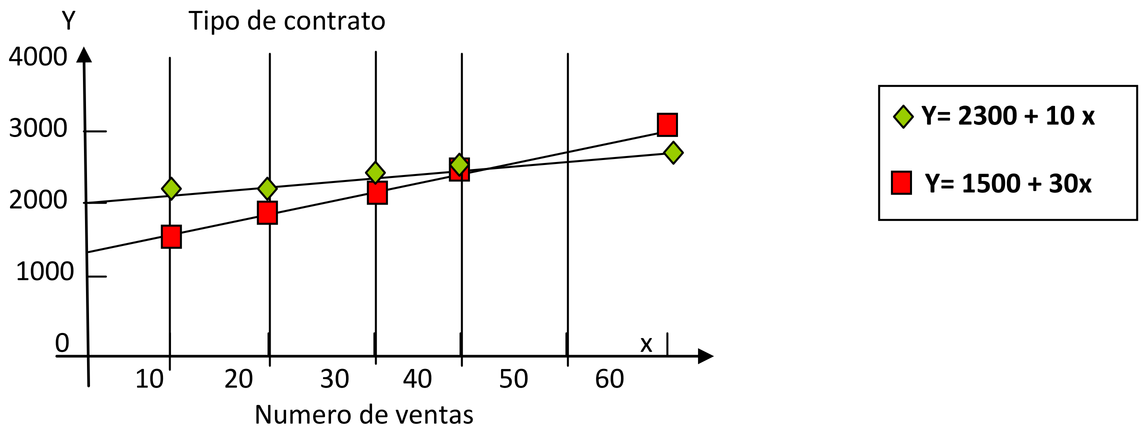
Ejemplo.

Si usted quiere saber si le conviene más contratarse por $23000.00 al mes más $10.00 de comisión por cada venta o por $1500.00 al mes más $30.00 de comisión por cada venta, puede plantearse las siguientes ecuaciones.

$$y = 2300 + 10x$$
$$y = 1500 + 30x$$

Hay que asignar valores a x y sustituirlas en ambas ecuaciones para calcular el valor de y.

X	0	10	20	30	40	50
y = 2300 + 10x	2300	2400	2500	2600	2700	2800
y = 1500 + 30x	1500	1800	2100	2400	2700	3000



Solo haciendo más de **40** ventas al mes le conviene el segundo contrato. Ello depende de que tan fácil sea vender el producto o de que tan buen vendedor sea.

<u>UNIDAD VI</u> SISTEMA DE ECUACIONES CON DOS INCOGNITAS

El **método de sustitución** para resolver un sistema de 2 ecuaciones con 2 incógnitas de primer grado se inicia despejando una variable y encontrando su valor en términos de la otra. En el ejemplo anterior se dijo que $x = 14 - y$
Posteriormente, se sustituye dicho valor en la segunda ecuación y se obtiene una ecuación con una incógnita, la cual se resuelve en la forma ya conocida.
Una vez hallado el valor de la incógnita en la segunda ecuación se sustituye en la primera, quedando una ecuación con una incógnita, la cual se resuelve en forma ya conocida.
Finalmente, se comprueba, sustituyendo el valor encontrado para cada incógnita en las dos ecuaciones iniciales.

Método de suma y resta para resolver un sistema de 2 ecuaciones de primer grado con 2 incógnitas:

Hay que sumar o restar los términos semejantes de ambas ecuaciones, de tal forma que se elimine una incógnita:

$$\begin{array}{r} 3x + 4y = 60 \\ 10x + 4y = 44 \\ \hline 13x + 0 = 104 \end{array}$$

Se resuelve la ecuación obtenida:

$$3x = 104$$

$$x = \frac{104}{13}$$

$$x = 8$$

Una vez conocido el valor de una incógnita se sustituye en cualquiera de las dos ecuaciones iniciales y se resuelve la ecuación obtenida:

$$3(8) + 4y = 60$$
$$24 + 4y = 60$$
$$4y = 60 - 24$$
$$4y = 36$$
$$y = \frac{36}{4}$$
$$y = 9$$

Para comprobar se sustituyen los valores obtenidos en las ecuaciones iniciales:

$$\begin{array}{rr} 3x + 4y = 60 & 10x - 4y = 44 \\ 3(8) + 4(9) = 60 & 10(8) - 4(9) = 44 \\ 24 + 36 = 60 & 80 - 36 = 44 \\ 60 = 60 & 44 = 44 \end{array}$$

En caso de que ninguna incógnita tenga igual el valor absoluto de sus 2 coeficientes, puede multiplicarse alguna de las ecuaciones por el número que sea necesario para que los 2 coeficientes de alguna de las incógnitas tengan el mismo valor absoluto.

Ejemplo:

(1) $3x + 4y = 60$

(2) $5x + 2y = 22$

Se puede multiplicar la ecuación (2) por 2 y obtener lo siguiente:

$$2\,(5x - 2y) = 2(22)$$
$$10x - 4y = 44$$

Con lo que cada el siguiente sistema de ecuaciones:

$$3x + 4y = 60$$
$$10x - 4y = 44$$

Hay sistemas que pueden tener muchas soluciones, como es el caso del ejercicio 5 donde por ser ambas ecuaciones equivalentes, es decir, representan lo mismo, todos los puntos (x,y) de una línea pertenecen también a la otra.

Hay sistemas que no tienen solución, y las líneas que corresponden a las ecuaciones son paralelas, por lo tanto, no se cruzan.

Para resolver un sistema de 2 ecuaciones de primer grado con 2 incógnitas mediante el **método de gratificación**, hay que graficar las dos ecuaciones y localizar las coordenadas del punto donde se cruzan.

Ejemplo:

$$25x - 13y = 47$$
$$12x + 2y = 72$$

Al despejar y en ambas ecuaciones:

$$y = \frac{47 - 25x}{-13} \qquad y = \frac{72 - 12x}{2}$$

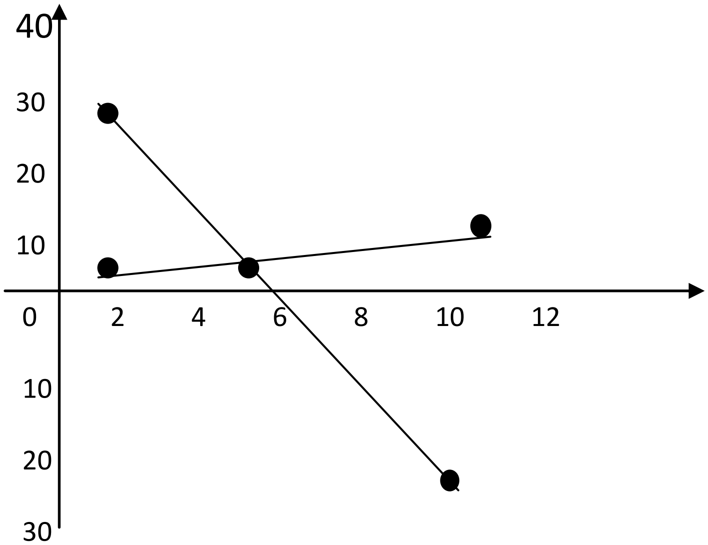
Se asignan valores a ***x*** para calcular los de ***y*** en ambas ecuaciones:

$$y = \frac{45 - 25x}{-13}$$

$$y = \frac{72 - 12x}{2}$$

x	y
1	1.69
5	6
10	15.61

x	y
1	30
5	6
10	-24

Como las líneas se cruzan en el punto (5, 6), la solución del sistema es:

$$X = 5$$
$$Y = 6$$

Para comprobar se sustituyen los valores obtenidos en las ecuaciones iniciales.

$25x - 13y = 47$	$12x + 2y = 72$
$25(5) - 13(6) = 47$	$12(5)\ \ 2(6) = 72$
$47 = 47$	$72 = 72$

UNIDAD VII MONOMIOS Y POLINOMIOS

Literal. Usamos letras para representar números desconocidos o que varían, los cuales pueden ser negativos o positivos.
Ejemplos.
x puede valer **+9** ó **-3**.

El doble de x se escribe 2x y su triple 3x, mientras que la mitad de x se escribe x.
2

Coeficiente y exponente. En el producto **8**x^2 el número 8 es el coeficiente de x, x es la literal y esta elevada al exponente **2**.

Exponente

Coeficiente → $8x^2$

Literal

Cuando el coeficiente es **1**, no se escribe.
Ejemplo.

$$\mathbf{1}\,xy = xy$$

De igual manera, cuando el exponente es 1, no se escribe.
Ejemplo.

$$9mn$$

A veces es necesario escribir sumas como: $\mathbf{3}xy + \mathbf{5}x - \mathbf{7}a - \mathbf{9}bc^2$

A los sumandos se les llaman **términos** de la suma. La suma anterior tiene **4** términos.

Una expresión algebraica compuesta por un solo término se llama **monomio**.
Ejemplos.

$$a;\quad \mathbf{-4}a^3;\quad \mathbf{3}ab^2c^3;\quad \mathbf{15}xy^2;\quad -x^5;\quad \frac{\mathbf{7}cb}{\mathbf{4}}$$

Una expresión algebraica compuesta por dos o más términos se llama **polinomio**.
Ejemplos

$$a + \mathbf{5}\,a^3;\qquad \mathbf{4}a^3 - \mathbf{8}\,abc^2 + 5\,xy^2;\qquad x^5 - \frac{\mathbf{7}x}{\mathbf{4}} + y^2 - \mathbf{9}xy^2$$

A una expresión algebraica compuesta por dos términos también se le denomina **binomio.**
Ejemplos.

$$a + 57a^3;\qquad \mathbf{4}a^3 - 5xy^2;\qquad x^5 + y^2;\qquad m + n^3$$

Términos semejantes. Cuando dos términos tienen la misma literales con los mismos exponentes se dice que son semejantes:
Ejemplos.

a **y** $\mathbf{-4}a$

$\mathbf{3}xy^2$ **y** $\mathbf{15}xy^2$

x^5 **y** $\mathbf{56}x^5$

Reducción o suma de dos términos semejantes. Un polinomio puede reducirse al sumar o restar los términos semejantes que lo forman.
Ejemplos.

$$\mathbf{-9}x + \mathbf{21}x + \mathbf{2}y - y = \mathbf{+12}x + y$$
$$\mathbf{2}n + \mathbf{5}mn^2 + \mathbf{4}n = \mathbf{6}n + \mathbf{5}mn^2$$
$$-\mathbf{6}xy^2 + \mathbf{2}\,x^3\,y + \mathbf{2}xy^2 - x = -\mathbf{4}xy^2 + \mathbf{2}\,x^3\,y - x$$

A veces los polinomios están dentro de un paréntesis, dicho paréntesis puede estar antecedido por un signo de mas o de menos (+ o -).

Eliminación de paréntesis

Si el signo que lo antecede es positivo, se quita el paréntesis sin cambiar el signo de los sumandos del polinomio encerrado dentro del paréntesis.
Ejemplo.

$$(2n + 4n) + (45mn - 7mn^2 + 8n)$$
$$2n + 4n + 45mn - 7mn^2 + 8n$$

Reducido o simplificando términos semejantes:

$$14n + 45mn - 7mn^2$$

Si el signo que le antecede es negativo, se le cambia el signo a los sumandos del polinomio encerrado dentro del paréntesis y se quita el paréntesis.
Ejemplo.

$$(2n + 4n) - (45mn - 7mn^2 + 8n)$$
$$2n + 4n - 45mn + 7mn^2 - 8n$$

Reduciendo o simplificando términos semejantes:

$$-2n - 45mn + 7\,mn^2$$

Cuando un paréntesis lleva signo positivo y esta al inicio del polinomio, generalmente no se escribe el signo, pero si es negativo, si s escribe:
Ejemplo.

$$-(2n + 4n) - (45mn - 7mn^2 + 8n)$$
$$-2n - 4n - 45mn + 7mn^2 - 8n)$$

Reduciendo o simplificando términos semejantes:

$$-14n -45mn + 7mn^2$$

Cuando hay varios paréntesis metidos unos dentro de otros; se eliminan paso a paso, iniciando con los interiores.

Ejemplo.

$$-(-2n + 4n) - [- (9mn + 15n) + 45mn – 7mn^2 + 8n)]$$
$$-(2n + 4n) - [-9mn – 15n + 45mn – 7mn – 7mn^2 +8n]$$
$$-2n – 4n + 9mn + 15n – 45mn + 7mn^2 - 8n$$

Reduciendo o simplificando términos semejantes:

$$n-36mn+7mn^2$$

Para sumar polinomios, se localizan los términos que son semejantes y se realiza la suma de sus coeficientes.

Ejemplos.

$$(2n – 9mn^2) + (4n – 5mn^2) = 6n – 14mn^2$$
$$(9x^2y\ 8xy – 4y)n+ (8x^2y – 2xy – x) = 17x^2y + 6xy – 4y – x$$

Para restar polinomios, se cambia el signo a todos los términos que forman el sustraendo y después se suma.

Ejemplos.

$$(-3a^3 - 6ab) – (7a^3 - 8ab) = (3a^3 - 6ab) + (-7a^3 + 8ab)$$
$$= -4a^3 + 2ab$$
$$(5mn + 9x^2y + 7y) – (+8x^2y + 3mn – x) = (5mn + 9x^2y + 7y) + (-8x^2y – 3mn + x)$$
$$= 2mn + x^2y + 7y + x$$

Puede ser más fácil si acomoda los polinomios en filas de acuerdo con los términos semejantes.

Ejemplo.

$$\begin{array}{rrrrr} - & 5mn & + 9x^2y & + 7y & \\ & +3mn & + 8\,x^2y & & -x \\ \hline \end{array}$$

Por ser resta, se cambia el signo de los términos del sustraendo:

$$\begin{array}{rrrrr} + & 5mn & + 9x^2y & + 7y & \\ & +3mn & + 8\,x^2y & & +x \\ \hline & 2mn & + x^2y & + 7y & + x \end{array}$$

Para multiplicar un monomio por otro monomio, hay que multiplicar los coeficientes de ambos y después las literales.

Ejemplos.

$$(2m)\ (8m) = 16m^2$$
$$(3x)\ (6y) = 18xy$$
$$(5m^2)\ (4ab) = 20m^2ab$$

Como puede usted ver, al multiplicar la misma literal se suman sus exponentes.

Ejemplos.

$$(m)\ (n) = m^2$$
$$(5m)\ (8m) = 40m^2$$
$$(2x^2y^3)\ (4x^2y^2) = 8x^4y^5$$

Para multiplicar un polinomio por un monomio, se multiplica el monomio por cada término del polinomio.

Ejemplo.

$$\begin{array}{rr} & 8x + 2xy - y \\ X & 5x \\ \hline & 40x^2 + 10x^2y - 5xy \end{array}$$

Para multiplicar un polinomio por otro polinomio, se multiplica cada término de un polinomio por cada término del otro polinomio. Después sede multiplica.

Ejemplo.

$$\begin{array}{rrrr} & & 7x & + 4m \\ & X & -5x & + 3m \\ \hline & & 21xm & + 12m^2, \\ & -35x^2 & 20xm & \\ \hline & -35x^2 & + xm & + 12m^2 \end{array}$$

UNIDAD VIII TEOREMA DE PITÁGORAS

- Recuerde que:
  $\ell \times \ell = \ell^2$
  Por lo tanto,
  $\sqrt{\ell^2} = \ell$
- De igual manera:
  $(\ell)(\ell)(\ell) = \ell^3$

  Por lo tanto,
  $\sqrt[3]{\ell^3} = \ell$

Analice como se calcula la raíz cuadrada del número 678.

6, 78

Se separan las cifras de dos en dos, empezando por la derecha.

$\sqrt{6,78}$ 2

Se busca un numero que multiplicado por si mismo sea igual o casi igual, pero menor, que el numero formado por la cifra de la cifra de la derecha (6) y se escribe sobre la línea derecha.

El número encontrado (2) se multiplica por sí mismo y el resultado se resta del 6.

$\sqrt{6,78}$ 2
-4
2

Dentro de la raíz, se baja el segundo par de cifras. En el exterior, se duplica el número de la primera línea y el resultado se escribe en la segunda línea abajo.

$\sqrt{6,78}$ 2
-4 4
278

Se busca una cifra (6) que se agrega a los números de la primera y segunda líneas. La multiplicación de dicha cifra por el numero de la línea de abajo (46) debe ser igual o casi igual, pero menor que 278.

Se escribe el resultado de la multiplicación y se resta a 278.

El resultado final es 26 y quedan 2.

Se comprueba multiplicando 26 por sí mismo y sumando 2:

$\sqrt{6,78}$ 26
-4 46
278
-276
2

$(26)(26) = 676$

$676 + 2 = 678$

Las ecuaciones pueden tener alguna literal elevada a una potencia.
Ejemplo.

$$x^2 + 3 = 28$$

Para conocer el valor de x, primero hay que despejarla de la ecuación y realizar las operaciones indicadas:

$$x^2 = 28 - 3$$

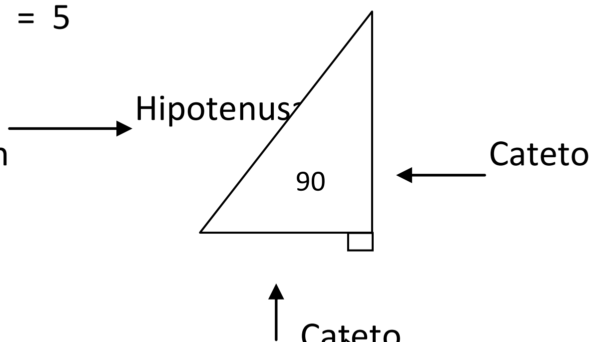
$$x^2 = 25$$

Finalmente, es este caso, hay que sacar raíz cuadrada a ambos miembros de la ecuación:

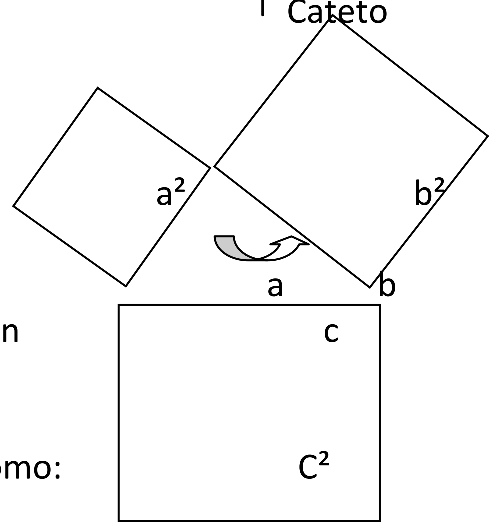
$$\sqrt{x^2} = \sqrt{25}$$

$$X = 5$$

Un triangulo recto es aquel que tiene un ángulo recto es aquel que tiene un ángulo recto (90°). El lado opuesto al ángulo recto es llamado hipotenusa, los dos lados que forman el ángulo recto son llamados catetos.



Con referencia a dicho triangulo, se cumple el teorema de Pitágoras: “en un triangulo rectangular, el área del cuadrado construido sobre el lado opuesto al ángulo recto es igual a la suma de las áreas de los cuadrados construidos sobre los lados que forman el ángulo recto.”



Algebraicamente puede expresarse como:

$c^2 = a^2 + b^2$

Aspectos que se derivan del teorema de Pitágoras.
Si en un triangulo rectángulo llamamos c a la hipotenusa y a y b a cada uno de los catetos, entonces:

a) Como: $c^2 = a^2 + b^2$

Entonces: $\sqrt{a^2 + b^2}$

b) Como: $c^2 = a^2 + b^2$

Al despejar a: $\sqrt{c^2 + b^2}$

c) Como: $c^2 = a^2 + b^2$

Al despejar b: $b^2 = \sqrt{c^2 + a^2}$