FRACCIONES Y PORCENTAJES

Unidad I Cosas de la medición

El símbolo **>** se lee "**mayor que**", se usa para comparar cantidades donde el primer número es más grande, por ejemplo: **9 > 12**

El símbolo **<** se lee "**menor que**", se usa para comparar cantidades donde el primer número es más pequeño, por ejemplo: **3 < 20**

Cuando tenemos un pastel completo, podemos decir que es un entero, cuando lo dividimos en rebanadas serán fracciones y su tamaño dependerá del número de rebanadas en que dividamos ese pastel.

Podemos dividir el pastel en cuatro partes y el entero se representará como $\frac{4}{4}$ con números fraccionarios. Una fracción es equivalente a un entero cuando:

El Numerador es Igual al Denominador $\qquad \mathbf{\frac{2}{2}}, \quad \mathbf{\frac{3}{3}}, \quad \mathbf{\frac{4}{4}}, \quad \mathbf{\frac{5}{5}}, \quad \mathbf{\frac{6}{6}}$

Así, números como $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{5}, \frac{1}{6},$ etc., son conocidos como fraccionarios.

En una fracción la parte de arriba se llama **Numerador** y la parte de abajo se llama **Denominador**

El numerador indica cuantas partes de un entero tenemos, o cuantas rebanadas de un pastel tenemos.

El denominador indica el número de partes en que está dividido un entero o un pastel.

Por ejemplo si tengo $\frac{2}{4}$, Indica que tengo 2 rebanadas de un pastel que se dividió en 4 rebanadas iguales.

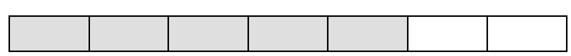
Si mi compañero tiene $\frac{1}{4}$ y yo tengo $\frac{1}{6}$ **¿Quién tendrá la rebanada más grande?**

El resultado se representaría**:** $\boxed{\frac{1}{4} > \frac{1}{6}}$

Para nombrar los números fraccionarios, el número del denominador es el que cambia de acuerdo a su dimensión, por ejemplo:

$\frac{1}{2} = un\ medio \qquad \frac{1}{3} = un\ tercio \qquad \frac{1}{4} = un\ cuarto \qquad \frac{1}{5} = un\ quinto \qquad \frac{1}{6} = un\ sexto$

Ejemplo: Una tabla se divide en 7 partes iguales:



El entero se representaría $\frac{7}{7}$ $(siete\ séptimos)$

De esa tabla se utilizaron 5 fracciones:

$$\frac{5}{7} = \frac{Denominador}{Numerador} = \frac{Número\ de\ partes\ utilizadas}{Número\ en\ que\ se\ dividió\ el\ entero\ (tabla)}$$

Si el numerador es mayor que (>) el denominador, indica que tenemos más de un entero.

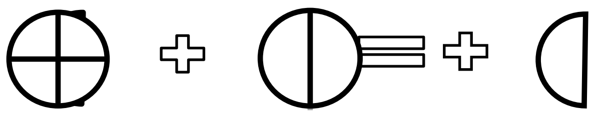
Ejemplo: Si tuviéramos $\frac{6}{4}$ de un pastel, significa que tenemos un pastel entero más $\frac{2}{4}$ de un pastel.

$$\mathbf{\frac{6}{4} = \frac{4}{4} + \frac{2}{4}}$$

Equivalencias

Las fracciones que representan la misma medición pero con fracciones diferentes se llaman equivalencias, ejemplo: $\frac{6}{4} = \frac{3}{2}$

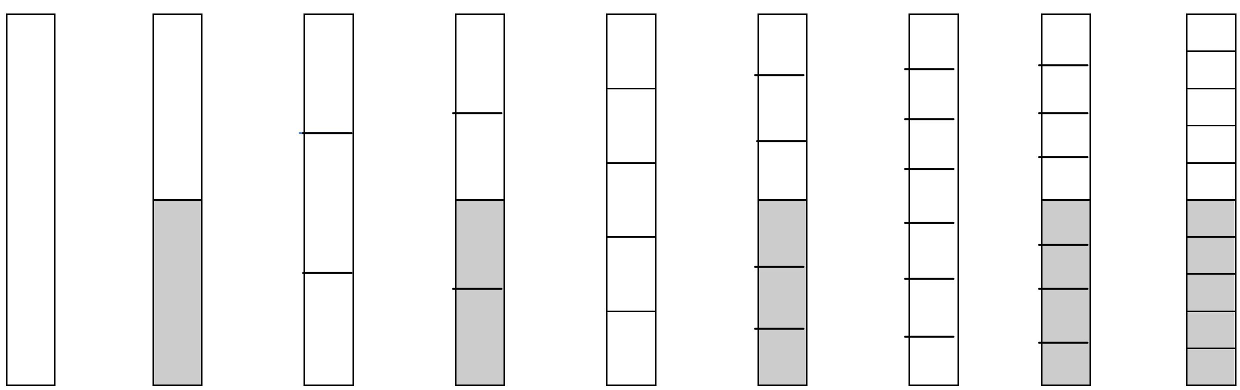
Representación gráfica:



Las tres medidas que se muestran a continuación son equivalentes:

$$\mathbf{1 + \frac{1}{4} = \frac{4}{4} + \frac{1}{4} = \frac{5}{4}}$$

Dos fracciones son equivalentes cuando representan la misma cantidad, como en las siguientes barras, las que se encuentran sombradas indican equivalencia.



$$\mathbf{\frac{1}{2} = \frac{}{4} = \frac{}{6} = \frac{}{8} = \frac{}{10}}$$

Suma y resta de fracciones

Cuando el denominador es igual en una suma de fracciones:

$$\frac{Los\ numeradores\ se\ suman}{En\ el\ denominador\ se\ coloca\ el\ mismo\ número} \qquad \frac{3}{6} + \frac{2}{6} = \frac{5}{6} \qquad \frac{2}{8} + \frac{5}{8} = \frac{7}{8}$$

Cuando el denominador es diferente, es necesario encontrar fracciones equivalentes, que tengan un común denominador, es decir, el mismo denominador.

Una forma de encontrar un común denominador entre dos fracciones es multiplicando los denominadores de las fracciones.

Ejemplo: $\frac{2}{3} + \frac{3}{4}$ $\Rightarrow$ $3 \times 4 = \mathbf{12}$ $\Leftarrow$ Común denominador

Una vez que conocemos el común denominador hay que encontrar los numeradores que harían que las nuevas fracciones, fueran equivalentes a las originales.

$$\frac{\mathbf{2}}{\mathbf{3}} = \frac{}{\mathbf{12}} \qquad \boldsymbol{y} \qquad \frac{\mathbf{3}}{\mathbf{4}} = \frac{}{\mathbf{12}}$$

Para ello hacemos crecer al numerador el mismo número de veces que se hizo crecer al denominador. Ejemplo:

2 X **4** 3 X **3**

$$\frac{\mathbf{2}}{\mathbf{3}} \overset{3}{\underset{3}{=}} \frac{\mathbf{8}}{\mathbf{12}} \qquad \boldsymbol{y} \qquad \frac{\mathbf{3}}{\mathbf{4}} \overset{3}{\underset{3}{=}} \frac{\mathbf{9}}{\mathbf{12}}$$

3 X **4** 4 X 3

Por lo tanto la suma queda:

$$\boxed{\frac{2}{3} + \frac{3}{4} = \frac{8}{12} + \frac{9}{12} = \frac{17}{12}}$$

En el caso de la resta de fracciones, se procede de la misma forma, pero al final se restan los numeradores:

$$\boxed{\frac{4}{5} - \frac{2}{3} = \frac{12}{15} - \frac{10}{15} = \frac{2}{15}} \qquad \boxed{\frac{1}{4} - \frac{1}{5} = \frac{5}{20} - \frac{4}{20} = \frac{1}{20}}$$

Unidad II Correspondencias

Los números naturales se clasifican en números primos y números compuestos.

Los números primos son aquellos que sólo se pueden dividir entre sí mismos y entre "uno", sin que el resultado involucre números decimales o fraccionarios.

Los números compuestos son aquellos que se pueden dividir entre más de dos números sin que el resultado involucre números decimales o fraccionarios.

Ejemplo de número compuesto es el 30, porque se divide entre más de dos números.

$30 \div 1 = 30$	$30 \div 3 = 10$	$30 \div 6 = 5$	$30 \div 15 = 2$
$30 \div 2 = 15$	$30 \div 5 = 6$	$30 \div 10 = 3$	$30 \div 30 = 1$

Ejemplo de número primo es el 31, porque sólo se puede dividir exactamente entre dos números: $31 \div 1 = 31$ $31 \div 31 = 1$

Con base en lo anterior, completa la siguiente tabla que muestra los primeros ejemplos:

Número	Divisible entre	Compuesto o primo
40	1, 2, 4, 5, 8, 10, 20, 40	Compuesto
67	1, 67	Primo
17		
18		
19		

Los números primos se van haciendo cada vez más escasos conforme se avanza en la recta numérica, sin embargo siempre existe la posibilidad de encontrar un número primo aunque sean números muy grandes.

FACTORIZACIÓN

Una forma de simplificar una fracción, es mediante la factorización que implica descomponer un número en sus factores primos, por ejemplo: ***los factores primos del 12 son 2 y 3*** porque son números primos que al multiplicarlos dan 12 como resultado. $\mathbf{2 \times 2 \times 3 = 12}$

Simplificar una fracción significa reducirla a su mínima expresión, es decir, a una fracción equivalente que tenga el numerador más pequeño como: $\frac{27}{99} = \frac{9}{33} = \frac{3}{11}$

Para simplificar una fracción utilizando la factorización, hay que comenzar por descomponer el numerador y el denominador en factores primos. Por ejemplo la factorización de la fracción $\frac{6}{8}$ comienza con la descomposición de **6** y **8:**

$$\boxed{\frac{6}{8} = \frac{2 \times 3}{2 \times 2 \times 2}}$$

Los factores que son comunes (iguales) al numerador y denominador se eliminan uno a uno, es decir uno del numerador por uno del denominador:

$$\boxed{\frac{6}{8} = \frac{\cancel{2} \times 3}{\cancel{2} \times 2 \times 2} = \mathbf{\frac{3}{4}}}$$

Ejercicio de factorización de $\frac{10}{15}$: comienza con la descomposición de 10 y 15 en factores primos:

Los factores comunes al numerador y denominador se eliminan.

$$\boxed{\frac{10}{15} = \frac{2 \times \cancel{5}}{3 \times \cancel{5}} = \frac{2 \times 5}{3 \times 5} = \frac{2}{3}}$$

Los factores no eliminados se convierten en el numerador y denominador de la fracción. Cuando se eliminan todos los factores, entonces el número que queda es el “1”, como en el siguiente ejemplo.

$$\boxed{\frac{24}{72} = \frac{2 \times 2 \times 2 \times 3}{2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3} = \frac{\cancel{2} \times \cancel{2} \times \cancel{2} \times \cancel{3}}{\cancel{2} \times \cancel{2} \times \cancel{2} \times \cancel{3} \times 3} = \frac{1}{3}}$$

Fracciones en el sistema métrico decimal

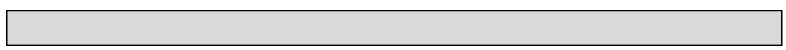
A las fracciones que tienen denominadores formados por “uno” y “ceros”, se les llama fracciones decimales, como en los siguientes ejemplos.

$$\frac{5}{10},\ \frac{25}{100},\ \frac{125}{1000}$$

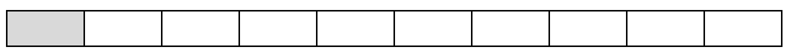
El sistema métrico decimal utiliza fracciones decimales.

Las siguientes son medidas equivalentes en el sistema métrico decimal:

$.\frac{1}{10}\ de\ metro$



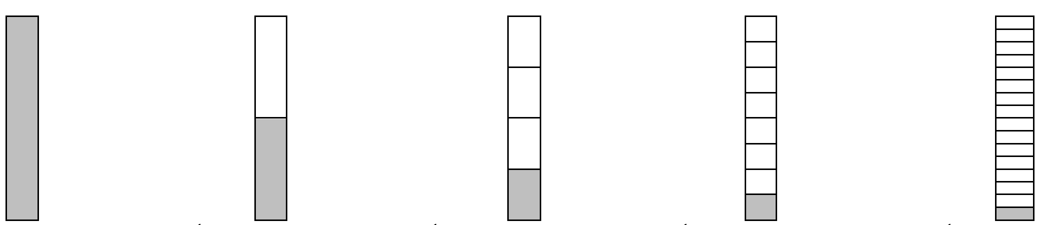
$\frac{1}{100}\ de\ metro$



En las fracciones decimales equivalentes, se incrementa un cero al numerador y denominador, como en el siguiente ejemplo: $\frac{2}{10}\ de\ metro\ = \frac{20}{100}\ de\ metro\ = \frac{200}{1000}\ de\ metro$

Además del metro y sus submúltiplos (decímetros, centímetros y milímetros), la pulgada es otras unidad de medida que se utiliza para medir longitudes.

La pulgada pertenece al sistema inglés de medidas y también tiene un sistema fraccionario. Este se construye en base a mitades como se muestra en la siguiente tabla.



$1\ pulgada$ $\frac{1}{2}\ de\ pulgada$ $\frac{1}{4}\ de\ pulgada$ $\frac{1}{8}\ de\ pulgada$ $\frac{1}{16}\ de\ pulgada$

El uso de pulgadas es común en materiales como clavos, tornillos y tuercas.

Para encontrar equivalencias entre las unidades de medida del sistema métrico decimal, además de tu pliego métrico puedes usar la siguiente tabla de equivalencias:

	Múltiplos del metro			m	Submúltiplos del metro		
	km	**hm**	**dam**	**m**	**dm**	**cm**	**mm**
Kilometro (km)	1	10	100	1000			
Hectómetro (hm)	$\frac{1}{10}$	1	10	100			
Decámetro (dam)	$\frac{1}{100}$	$\frac{1}{10}$	1	10	100	1,000	10,000
Metro (m)	$\frac{1}{1000}$	$\frac{1}{100}$	$\frac{1}{10}$	1	10	100	1,000
Decímetro (dm)	$\frac{1}{10000}$	$\frac{1}{1000}$	$\frac{1}{100}$	$\frac{1}{10}$	1	10	100
Centímetro (cm)				$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{10}$	1	10
Milímetro (mm)				$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{10}$	1

Una forma de encontrar la equivalencia fraccionaria de una cantidad dada es determinar primero la correspondencia de la cantidad a una fracción con numerador "**1**".

Por ejemplo, para saber cuántos alumnos son $\frac{7}{8}$ de un grupo de 40, primero hay que conocer cuántos alumnos son $\frac{1}{8}$ de 40.

Para ello hay que dividir el total del grupo que son "40", entre el denominador que es "8": $\frac{\mathbf{40}}{\mathbf{8}} = \mathbf{5}$

Por lo que 5 alumnos representan la octava parte del grupo.

Una vez que se conoce la cantidad equivalente a la fracción con numerador "**1**", sólo hay que multiplicarla por el numerador original.

Si sabemos que $\frac{1}{8}$ de un grupo de 40 estudiantes son 5, entonces multiplicamos 5× 7 para encontrar la equivalencia de $\frac{7}{8}$. Por lo tanto $\frac{7}{8}$ de un grupo de 40 equivalen a 35 estudiantes.

Pasos: 1	2	3	Resultado
$\frac{7}{8}\ de\ un\ grupo\ \ de\ 40$	$\frac{40}{8} = 5$	$7 \times 5 \ = 35$	$\frac{7}{8}\ de\ 40 = 35$

Los coches tienen un indicador de gasolina que señala la fracción de gasolina que le queda al tanque. Cuando la gasolina que le queda corresponde a $\frac{3}{4}$ de tanque (parte sombreada) como en la siguiente tabla, en la que en la parte superior se marca el total de litros con tanque lleno y en la parte inferior se marca en fracciones: **48 litros**

0 $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{2}$ $\frac{3}{4}$ **lleno**

Esta tabla te puede servir para colocar más información en fracciones y litros respectivamente.

Una forma práctica de encontrar la equivalencia de una cantidad respecto a una fracción con numerador 1 es dividir la cantidad entre el denominador.

Por ejemplo para encontrar cuánto es $\frac{1}{125}$ de 500 litros, podemos dividir 500 entre 125: $\frac{\mathbf{500}}{\mathbf{125}} = \mathbf{4}$

4 litros corresponden a $\frac{1}{125}$ de 500 litros, porque al multiplicar 4× 125, el resultado es 500.

$$\boxed{125 \times 4 = 500}$$

$$\boxed{\frac{1}{125}\ de\ 500\ litros\ son\ 4\ litros}$$

Las fracciones más comunes que encontramos en nuestra vida diaria son fracciones decimales, recordando que las fracciones decimales siempre tienen un denominador que empieza con "**1**" y le siguen solamente ceros. Las siguientes fracciones pueden ayudar a su catalogación:

$$\boxed{\frac{1}{10}, \quad \frac{1}{100}, \quad \frac{1}{300}, \quad \frac{1}{20}, \quad \frac{72}{1000}, \quad \frac{3}{16}}$$

Las fracciones pueden convertirse a números decimales, para ello sólo hay que dividir el numerador entre el denominador, por ejemplo $\frac{2}{5}$ se puede escribir con números decimales como 0.4, los números que se escriben a la derecha del punto decimal pueden escribirse con fracciones decimales, Ejemplos:

$0.5 = \frac{5}{10}$ $\qquad 0.75 = \frac{75}{100}$ $\qquad 0.075 = \frac{75}{1000}$ $\qquad 0.2 = \frac{2}{10}$

La cantidad de cifras que se escriben a la derecha del punto decimal determinan el número de ceros que forman el denominador decimal de la fracción, ejemplo:

Tres cifras después del punto decimal

$$\boxed{0.075 \quad = \quad \frac{75}{1000}}$$

Tres ceros después del "1" en el denominador

Al simplificar las fracciones anteriores se pueden encontrar otras equivalencias como las siguientes: $\frac{5}{10} = \frac{1}{2} = 0.5$ $\qquad \frac{75}{1000} = \frac{3}{40} = 0.75$ $\qquad \frac{2}{10} = \frac{1}{2} = 0.2$

$\frac{5}{10}\, kg = 0.5\, kg$ $\qquad \frac{6}{100} kg = 0.6\, kg$ $\qquad \frac{1}{2}\, metro = 0.5\, metro$ $\qquad \frac{3}{4} litro = 0.75\, litro$

A la cifra que ocupa el primer lugar después del punto decimal se le llama décima.	*0.8 Ocho décimas*
A la cifra que ocupa el segundo lugar después del punto decimal se le llama centésima.	*0.08 Ocho centésimas*
A la cifra que ocupa el tercer lugar después del punto decimal se le llama milésima.	0.008 Ocho milésimas

Una forma de convertir fracciones a números decimales es dividir el numerador entre denominador: $\frac{3}{4} = 3 \div 4 = 0.75$ $\qquad \frac{3}{5} = 3 \div 5 = 0.6$ $\qquad \frac{7}{7} = 7 \div 7 = 1$

Multiplicación de fracciones

La multiplicación de fracciones sirve para encontrar una fracción de otra fracción, como en el siguiente ejemplo.

La cooperativa de transportistas compró $\frac{2}{5}$ de un terreno baldío, y decidió pavimentar $\frac{3}{4}$ del terreno que adquirió para estacionar sus camionetas. ¿Qué fracción del terreno completo se pavimentó?

Para resolver una multiplicación de fracciones hay que multiplicar numerador por numerador y denominador por denominador:

$$\frac{2}{5} \times \frac{3}{4} = \frac{2 \times 3}{5 \times 4} = \frac{6}{20}$$

Al simplificar ⇨ $\frac{6}{20} = \frac{3}{10}$

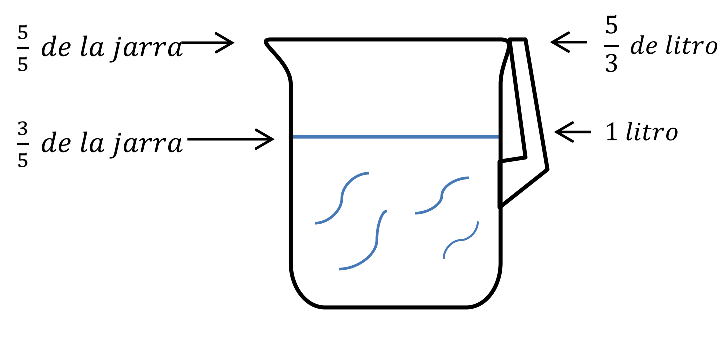
Se puede decir que $\frac{3}{10}$ del terreno esta pavimentado

Los problemas en los que hay que averiguar qué cantidad es una fracción de otra fracción, pueden ser resueltos con el uso de una multiplicación. Por ejemplo para calcular cuánta leche tiene una jarra a la que le caben $\frac{5}{3}$ de litro cuando está totalmente llena, si está llena hasta los $\frac{3}{5}$

Se realiza la siguiente multiplicación:

$$\frac{3}{5} \times \frac{5}{3} = \frac{3 \times 5}{5 \times 3} = \frac{15}{15} = \mathbf{1}$$

De esta forma se sabe que $\frac{3}{5}$ de la jarra con capacidad de $\frac{5}{3}$ corresponden a "**1"** litro de leche.



Unidad 3 Relaciones de cambio

Porcentajes

En México el Impuesto al Valor Agregado (IVA) corresponde a $\frac{15}{100}$ del precio original de un producto y se dice que es 15 %, en algunos estados de la frontera norte del país se cobra $\frac{10}{100}$ o $\frac{1}{10}$ del precio original de un producto, es decir el 10%.

El signo **%** indica que un número es una fracción con denominador 100.

Ejemplo: 30% de descuento en ropa para dama ⟹ $\frac{30}{100} = 30\ \%$

Se escribe 30% para indicar que por cada $100.°° de compra se van a descontar $30.°°. Así, al comprar una blusa que cuesta $ 200.°°, tendrá un descuento de $ 60.°°.

El porcentaje se representa **%** y es una relación entre dos cantidades; por ejemplo si en el municipio de Contla hay 3000 estudiantes de los cuales 510 están becados, entonces la relación de alumnos becados es de $\frac{510}{3000}$.

Para calcular el porcentaje que representa 510 de 3000, es útil encontrar su equivalencia con denominador 100.

• Una forma de encontrar la equivalencia es dividir el numerador entre el denominador. • El resultado obtenido se multiplica por 100. • Por lo tanto la equivalencia es dividir el numerador entre el denominador. • Esto significa que 17 es el porcentaje buscado.	$\frac{510}{3000} = \frac{?}{100}$ $510 \div 3000 = 0.17$ $0.17 \times 100 = 17$ $\frac{510}{3000} = \frac{17}{100}$	En el municipio de Contla el 17% de estudiantes están becados

Una forma rápida de calcular qué tanto por ciento es una cantidad de un total, es multiplicarlo por 100 y dividir entre el total, como en los siguientes ejemplos:

¿Qué porcentaje es 120 de 800?	$\frac{120 \times 100}{800} = 15$	Lo que significa que 120 es el 15% de 800

¿Qué tanto por ciento es 54 de 560?	$\frac{54 \times 100}{560} = 9.64$	Lo que significa que 54 es el 9.64 % de 560

Pasos para calcular un porcentaje en la calculadora:

- Marcar la cantidad a la que hay que calcular el porcentaje
- Presionar la tecla por (X)
- Marcar el tanto por ciento que se desee
- Al final presionar la tecla %

Ejemplo: El 35% de 125 $\Longrightarrow$ $125 \times 35\ \% = 43.75$ $\Longleftarrow$ Pantalla

Proporcionalidad

Es una relación entre dos cantidades, cuando una cantidad aumenta en el mismo porcentaje que la otra, es decir, si una aumenta al doble, la otra también; o al triple, la otra también, etc., se dice que son cantidades que varían proporcionalmente:

	Número de cajas de refresco	**Cantidades de refresco**
Existe una relación de proporcionalidad directa entre cantidades, cuando varían o cambian a partir de multiplicar ambas por el mismo número.	5 10 15	60 120 180

X 12

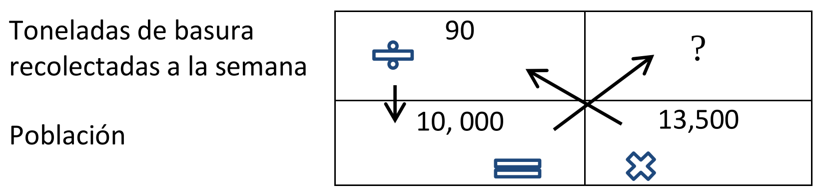
÷ 12

Una forma de comparar la diferencia entre dos proporciones es usando el valor unitario, como en el siguiente ejercicio en el que se compara la riqueza en vitamina C de una fruta, dividiendo la cantidad de vitamina que contiene el peso de la pulpa:

	Vitamina C en miligramos		Peso de la pulpa comestible en gramos		Miligramos de vitamina C por un gramo de pulpa
Guayaba	120	÷	60	=	2
Toronja	96	÷	240	=	0.4

Por lo tanto la guayaba tiene mayor cantidad de vitamina C, ya que tiene dos miligramos de vitamina C por cada gramo de pulpa comestible, y la toronja sólo tiene 4 décimas de miligramo por cada gramo de pulpa comestible.

La regla de tres es un método que permite establecer una proporcionalidad entre cuatro datos, cuando se desconocen tres de ellos. Por ejemplo, para conocer cuántas toneladas de basura se van a recolectar en una ciudad cuando tenga 13,500 habitantes.



Aplicando la regla de tres para encontrar el dato faltante, se multiplican las dos cantidades cruzadas que se reconocen: $13{,}500 \times 90 \div 10{,}000 = 121.5$

Por lo tanto 13,500 personas producirán 121.5 toneladas de basura a la semana.

En una situación proporcional, a las cantidades que la conforman se le denominan como en la primera tabla:

Extremo →	$\frac{5}{8} = \frac{?}{48}$	← *Medio*
Medio →		← *Extremo*

Para aplicar la regla de tres, es necesario colocar ordenadamente los datos, como en una receta que dice que para preparar natilla se agregan 5 cucharadas de azúcar por ocho tazas de leche.

N° de cucharadas	5	?
N° de tazas	8	48

Como el dato desconocido es un medio, se multiplica extremo por extremo y se divide entre el medio conocido: $\frac{5 \times 48}{8} = 30$

Ejercicio de proporcionalidad inversa: “Mi jacalito” es una tienda en la que se puede comprar muebles a 12, 24 y 36 meses con el mismo precio. En este mes, si compras un televisor a 12 meses pagas $353.°° mensuales.

¿Cuál es el precio del televisor?	$353 \times 12 = 4{,}236$
¿De cuánto será la mensualidad si se paga a 24 meses?	$4{,}236 \div 24 = 176.50$
¿Cuál es la diferencia entre las mensualidades de 24 y 36 meses?	$4{,}236 \div 36 = 117.66$
	$176.50 \neq 117.66$

Los resultados de la tabla dejan ver que cuando disminuye la cantidad de dinero que das por cada pago, aumenta el número de pagos. A esta situación se le conoce como proporcionalidad inversa, en la que hay dos cantidades que varían, pero una que es el costo total de $ 4,236.°°, siempre es constante, como lo muestra la siguiente tabla:

N° de pagos	**Mensualidad**	**Costo total**
12	$ 353.°°	**$ 4,236.°°**
24	$176.^{50}$	
36	$117.^{66}$	

En una situación inversamente proporcional hay dos cantidades que varían, pero su producto siempre es constante.

Probabilidad

La probabilidad de que un evento ocurra puede expresarse como la fracción. La probabilidad es una rama de las matemáticas que estudia los fenómenos del azar.

A la probabilidad de que ocurra un evento o hecho se le asocia un número que va del cero al 1. El número asociado a la probabilidad es cero, uno o un número fraccionario o decimal, pudiendo expresarse en porcentaje.

Cuando es seguro que ocurra un evento o suceso se le asocia el número 1, cuando es seguro que no ocurra un evento o suceso se le asocia el número cero (0).Cuando se toman decisiones se analizan todas las posibilidades que tienes; como al vestirse, se elige la ropa en función de la probabilidad de lluvia.

Ejemplo: Rosa y Leticia quieren tomar un curso de verano en donde les ofrecen distintas opciones para practicar un deporte y una actividad recreativa.

Club sociocultural
Elija el deporte que más le gusta y una actividad recreativa por $250.°° al mes

Deportes: Tenis, fútbol, voleibol, basquetbol, natación
Actividad recreativa: Baile de salón, ajedrez, dominó

Para saber cuántas opciones tenían organizaron la información en una tabla:

Actividades	Deporte				
	Tenis	Fútbol	Voleibol	Basquetbol	Natación
Baile de salón	X	X	X	X	X
Ajedrez	X	X	X	X	X
Dominó	X	X	X	X	X

Con ella pudieron ver todas las opciones, por ejemplo, puede ser tenis y baile de salón, tenis y ajedrez, o tenis y dominó. En total se pueden contar con un total de 15 opciones diferentes.

Unidad 4 Organización del espacio.

Área de superficies

Para medir el área de cuadrados y rectángulos, generalmente se utilizan unidades cuadradas. El metro cuadrado es una de las unidades que más se utilizan para medir superficies. El metro cuadrado es el área de un cuadrado que mide un metro de cada lado.

Para calcular el área de un rectángulo se multiplica la longitud de su base por la longitud de su altura:

$Área\ = base \times altura$ Fórmula abreviada: $A = b \times h$

Ejercicio: Para conocer el área de un rectángulo que tiene 6.8 cm de base y 4.9 cm de altura:

$$Área = 6.8\ cm \times 4.9\ cm = 33.32\ cm^2$$

Se coloca cm^2 debido a la multiplicación de $cm \times cm$. La abreviatura de metro cuadrado es m^2. Para calcular el área de un cuadrado se hace de la misma forma que con el rectángulo, pero como sus cuatro lados miden lo mismo, se multiplica lado por lado:

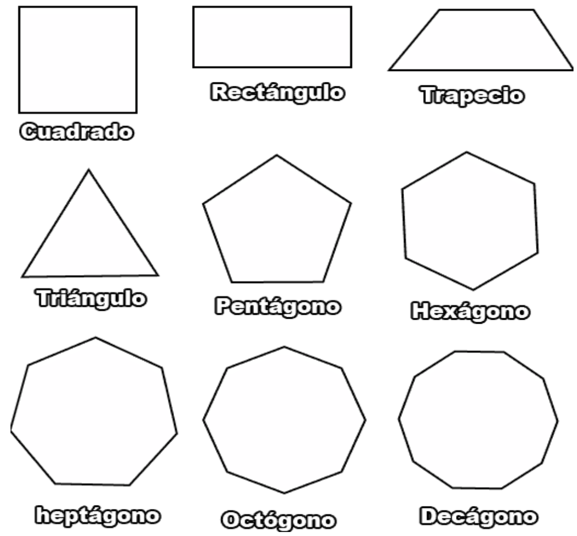
$$Área = lado \times lado = l \times l = l^2$$

Es necesario conocer los nombres de las principales figuras geométricas como cuadrado, círculo, triángulo, rectángulo, etc.

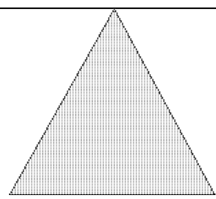
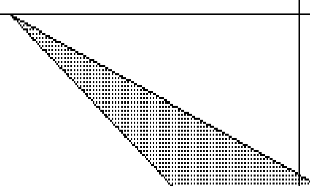
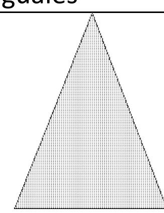
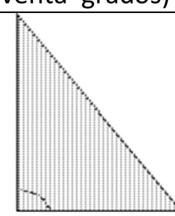
La clasificación básica de las figuras geométricas es de acuerdo a sus lados: ⇨

Triángulo	3 lados
Cuadrilátero	4 lados
Polígono	Más de 4 lados

Nombre de las figuras geométricas de acuerdo al número de lados



Clasificación de triángulos:

Equiláteros	Escaleno	Isósceles	Triángulo rectángulo
3 lados iguales	3 lados desiguales	2 lados iguales y desiguales	Tiene un ángulo de 90° (noventa grados)
			

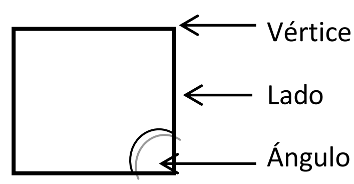
Se llama ángulo a la abertura que determinan dos líneas rectas que tienen el mismo punto extremo. A las dos líneas se les llama lados del ángulo y el punto donde se unen se le llama vértice.

- La unidad de medida de los ángulos es el grado
- El círculo forma un ángulo de 360°
- Medio círculo forma un ángulo de 180°
- Un cuarto de círculo forma un ángulo de 90°, mejor conocido como ángulo recto.

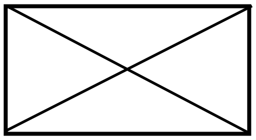
Características de un cuadrado

Los lados adyacentes de un cuadrado forman un ángulo de 90°

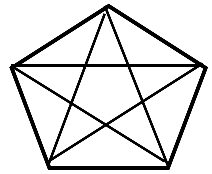
El punto donde se unen dos lados se denomina vértice



Una diagonal es la recta que une dos vértices no consecutivos de una figura cerrada de 4 o más lados:



El rectángulo tiene dos diagonales.



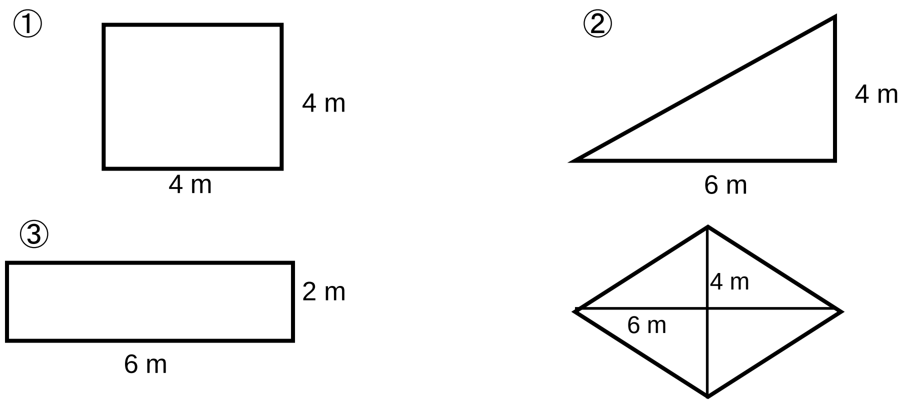
El pentágono tiene 5 diagonales.

El área de un rombo se puede obtener multiplicando su base por la altura: $A = b \times h$

El área de un triángulo se puede obtener multiplicando su base por altura y dividiendo entre 2: $A = \frac{b \times h}{2}$

La fórmula para calcular el área de un rombo es diagonal mayor por diagonal menor entre 2: $A = \frac{D \times d}{2}$

Ejercicio: Pedro tiene una empresa de impermeabilización, y mediante las fórmulas correspondientes conoce el área de varias azoteas a impermeabilizar que tienen las siguientes formas y medidas:



Azotea	Base	Altura	Fórmula	Despeje	Área
①	4 m	4 m	$A = l \times l = l^2$	$A = 4 \times = 4$	$16\ m^2$
②	6 m	4 m	$A = \frac{b \times h}{2}$	$A = \frac{6 \times 4}{2}$	$12\ m^2$
③	6 m	2 m	$A = b \times h$	$A = 6 \times 2$	$12\ m^2$
④	Diagonal mayor: 6 m	Diagonal menor: 4 m	$A = \frac{D \times d}{2}$	$A = \frac{6 \times 4}{2}$	$12\ m^2$

Medidas en un círculo

- Se llama diámetro a la línea recta más larga que se puede trazar dentro de un círculo, ésta línea siempre pasa por el centro del círculo.
- Se llama radio a la distancia que va del centro de un círculo al extremo de un círculo.
- El radio de un círculo es la mitad de su diámetro.
- Se llama circunferencia al perímetro de un círculo

$\boldsymbol{\pi = pi}$ - Su valor es 3.1416 aproximadamente, resulta de dividir el tamaño de la circunferencia de un círculo entre su diámetro: $circunferencia \div diámetro = \pi$

Para conocer la circunferencia (perímetro del círculo), se multiplica el diámetro del círculo por π

$$circunferencia = \pi \times diámetro$$

Recuerda que el valor de π es aproximado, algunas personas calculan usando 3.14 y otras 3.1416; entre más decimales se usan es más acertado el resultado. Este número es el que resulta de dividir el tamaño de la circunferencia de un círculo entre su diámetro.

$$circunferencia \div diámetro = \pi$$

Para conocer la circunferencia o perímetro del círculo, se multiplica el diámetro del círculo por π

$$P = \pi \times d$$

Para conocer el área de un círculo hay que multiplicar el cuadrado del radio por π. Considerando que r^2 significa que se multiplica por sí mismo.

$$Área = r^2 \times \pi = r \times r \times 3.1416$$

Clases de cuerpos geométricos

Los cuerpos geométricos ocupan un volumen en el espacio, por lo tanto, tienen tres dimensiones: alto, ancho y largo, y están formados por figuras geométricas.

Los cuerpos geométricos están formados por caras, aristas y vértices. Algunas de sus caras son laterales y otras son basales o bases.

Las aristas son líneas en las que se unen dos caras del cuerpo geométrico.

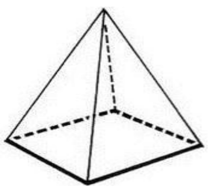
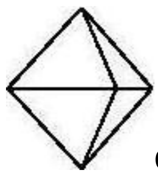
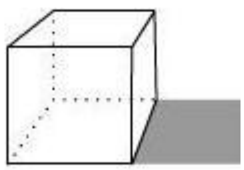
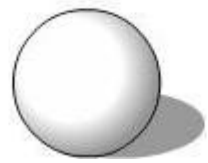
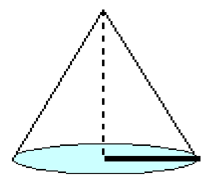
Los vértices son los puntos donde se unen 3 o más caras de un cuerpo geométrico.

La pirámide cuadrangular tiene una base cuadrada, 4 caras triangulares, 8 aristas y 5 vértices.

Los cuerpos geométricos se pueden clasificar de varias formas, una de ellas es por la estructura de sus partes.

Se distinguen dos clases de cuerpos geométricos con volumen:

- Los poliedros: o cuerpos planos, que son cuerpos geométricos con volumen, compuestos exclusivamente por figuras planas, por ejemplo el cubo
- Los cuerpos geométricos redondos: que son cuerpos geométricos compuestos total o parcialmente por figuras geométricas curvas, por ejemplo el cilindro, la esfera o el cono.

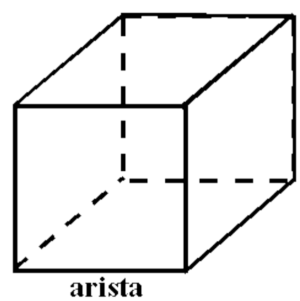
Poliedros regulares:	**Poliedros irregulares**
 Pirámide  Octaedro  Cubo	 Cilindro  Esfera  Cono

Volumen es la cantidad de espacio que ocupa un cuerpo, objeto o material, se mide generalmente en unidades cúbicas, lo cual significa que para medir el volumen se cuenta la cantidad de cubos que ocupan el mismo espacio que el objeto o material que se mide.

Las unidades cúbicas más comunes son el metro cúbico (m^3) y el centímetro cúbico (cm^3).

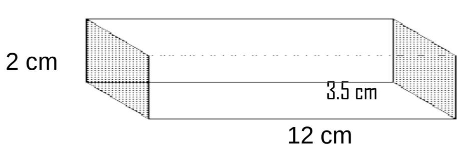
<table><tr><td>El metro cúbico equivale al volumen de un cubo que mide 1 m de ancho, 1 metro de largo y 1 metro de alto.

Otra forma de calcular el volumen de un cubo es: $\boldsymbol{V = arista^3}$

Volumen = arista elevada al cubo</td><td></td></tr></table>

Para calcular el volumen de un prisma es, multiplicando el largo por el ancho y por la altura

Ejercicio: una tablilla de chocolate tiene las siguientes medidas. ¿Cuál es su volumen?



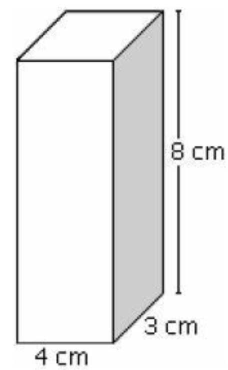
Fórmula: $V = l \times a \times h$

$V = 12cm \times 3.5cm \times 2\ cm$

$V = 84\ cm^3$

Para calcular el volumen de un prisma hay que contar las unidades cúbicas que conforman al cuerpo. Otra forma de calcular el volumen es determinando el área de la base (Ab) y después de multiplica por la altura (h), llegando a la fórmula del volumen (V).

$$Volumen = \acute{A}rea\ de\ la\ base \times altura = Ab \times h$$

$Ab = largo \times ancho$ $Ab = 4cm \times 3cm = 12\ cm^2$	$V = Ab \times h = 12cm^2 \times 5 = 60cm^3$	

Los objetos con simetría reflexiva se reconocen porque la mitad de ellos es el reflejo de la otra mitad. La línea que separa las dos mitades reflejadas de un objeto se llama eje de simetría.

La simetría axial es una transformación con respecto a una línea recta llamada **eje de simetría**, en la que cada punto de una figura es simétrica cuando:

• A cada uno de los puntos que conforman la mitad de la figura le corresponde otro llamado imagen, que se encuentra a la misma distancia del eje de simetría. • La línea que une cada punto con su imagen es perpendicular al eje de simetría.	

El círculo es una figura geométrica que tiene una cantidad infinita de ejes de simetría. Cualquier línea que cruce por el centro de un círculo es siempre un eje de simetría.